

# 途絶リスクを考慮したノード・アークサプライ チェーンネットワークモデル

片 山 直 登

## 1. はじめに

サプライチェーンのグローバル化とともに、世界の至る場所で生じる自然災害や紛争等によりサプライチェーンが頻繁に途絶されている。近年では、新型コロナウイルス感染症の蔓延やウクライナー ロシア紛争の勃発があり、工場閉鎖、部品・原料の入手困難、販売停止、エネルギー価格の高騰などが相次ぎ、サプライチェーンは大きな影響を受け、企業のみならず顧客・消費者も大きな機会損失を被っている。このため、サプライチェーンの途絶に対するレジリエンスの頑強性・冗長性・柔軟性を考慮して全体最適化を図ることがサプライチェーンネットワークの設計と運用に必要不可欠となっている。

サプライチェーンにおける途絶リスクには、火災、洪水、倒産などによる施設の混乱や、戦争、制裁、テロ攻撃、異常気象などによる輸送手段の途絶など、予期せぬ巨大な変動が含まれている。このようなリスクに対する堅牢性の保持に関して、これまで多くのレジリエンス戦略が研究されてきた。主なレビューとして、フォワード型モデルに対して、Golan et al. (2020) と Aldrighetti et al. (2021) がレジリエンスモデル、Xu et al. (2020) が混乱リスクモデルをまとめている。また、循環型モデルに対して、Shekarian (2020) がサステナビリティモデル、Peng et al. (2020) が不確実性モデル、Lopez-Castro and Solano-Charris (2021) がサステナビリティ・レジリエンスモデル、Oliveira and Machado (2021) が最適化法をまとめている。その他、サプライチェーンのレジリエンスとリスク分野におけるサーベイとして、Ivanov et al. (2017), Ivanov (2018), Dolgui et al. (2018), Ivanov and Dolgui (2019), Hosseini et al. (2019), Baryannis et al. (2019), Bier et al. (2020), Rahman et al. (2022), および Suryawanshi and Dutta (2022) がある。

近年では、需要・設備の不確実性レジリエンスモデルに対するシナリオツリー分析 (Fattahi et al. (2017)), 塗料産業に対する不確実性レジリエンス戦略モデル (Sabouhi et al. (2020)), 食料品業界に対する不確実性レジリエンスモデル (Gholami-Zanjani et al. (2021)), 医療機器業界に対するレジリエンス戦略モデル (Hasani et al. (2021)), タイヤ産業におけるオープン・クローズドループモデル (Vali-Siar and Roghanian (2022)) 等の研究がある。これらの研究では、研究が進展するにつれて膨大な数のパラメータや条件が付加され、モデル・定式化が複雑化の一途を辿っており、整理・統一化が必要である。

本研究では、サプライチェーンネットワーク上の施設の途絶を考慮した2つのサプライチェーンネットワーク設計モデルを取り上げる。Sabouhi et al. (2020) はランダムな途絶の下でのレジリエントサプライチェーン設計のための確率的最適化モデルを提示している。このモデルでは、複数のサプライヤ、複数の輸送路、生産能力の追加、在庫転送や直送を考慮し、顧客サービスレベルを維持しながら期待総費用を最小化するようなサプライチェーンネットワーク設計を行っており、提案モデルを解くためにマルチカットL字型解法を適用している。一方、佐藤ら (2023) は Sabouhi らのモデルに基づき、途絶と需要の不確実性を同時に考慮した4階層サプライチェーンネットワーク設計モデルを提案し、強化ベンダーズ分解法を用いた解析をしている。

本研究では、これらの2つの研究における複雑な定式化を示し、続いてノード・アーク設計問題とアーク設計問題による一般化、集約化した定式化を示す。提案する定式化法を用いることにより、前提条件の複雑化に伴い定式化が巨大化の一途を辿るサプライチェーンネットワーク設計モデルの定式化に対して、モデルのもつ前提や性質を失うことなく、問題を適切に表現できることを示す。

## 2. 途絶と需要の不確実性を考慮したサプライチェーンネットワーク設計モデル

### 2.1 佐藤らによるサプライチェーンネットワーク設計モデル

佐藤らのモデルは、サプライヤ、工場、配送センタと顧客の4階層で構成され、最適なサプライヤの選択、配送センタの配置、工場の生産能力の拡張量の決定であるサプライチェーンネットワーク設計モデルと、途絶と需要の不確実性のシナリオの下での輸送および機会損失量を決定する2段階モデルである。

佐藤らのサプライチェーンネットワーク設計モデルを図1に示す。工場は多種類の原料の供給地であるサプライヤを選択し、サプライヤから原料を購入する。サプライヤから工場へ原料を輸送し、工場では多種類の原料から多種類の製品を生産する。工場では、決められた上限まで全製品に対する連続的な生産能力の拡張が可能である。工場から配

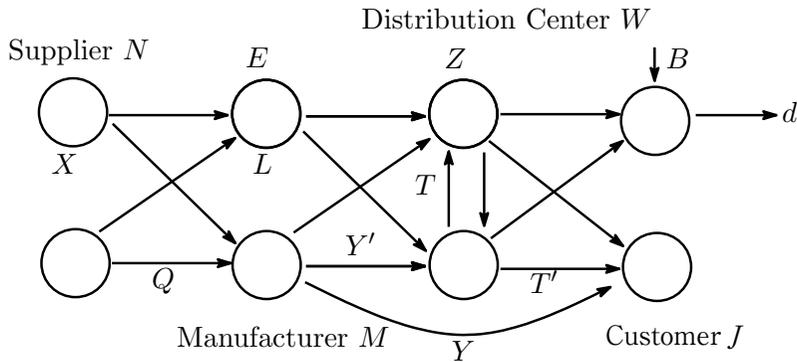


図1 Supply Chain Network for Sato's Mode

送センタへ製品を輸送するが、工場から顧客への製品の直送も可能である。配送センタの候補地が与えられ、配送センタの配置とその保管能力を決定する。配送センタから顧客へ製品の輸送を行うが、配送センタ間では在庫転送により製品を融通できるものとする。発生確率をもつ複数のシナリオが与えられ、シナリオに従った確率でサプライヤ、工場、配送センタで途絶が発生し、この途絶の規模により生産・供給可能量が変化する。また、シナリオごとに顧客に共通の割合で、顧客の需要が変動する。製品の不足による機会損失を許容するが、機会損失に応じた費用が生じる。固定的な費用としては、サプライヤの選択費用、配送センタの開設費用、工場の生産能力の拡張費用を考える。また、シナリオごとに、異なる変動費用が発生する。変動費用としては、サプライヤ・工場間の原料の輸送費用と、工場・配送センタ間、工場・顧客間、配送センタ・配送センタ間の輸送費用がある。また、工場における生産費用、および顧客における製品の不足による機会損失費用も考慮する。このような条件の下で、これらの固定費用とシナリオごとに発生する変動費用の期待値の和を最小化するような最適なサプライヤの選択、配送センタの配置、工場生産能力の拡張量、各施設間の原料や製品の輸送量、および顧客に対する機会損失量を決定する。

佐藤らのモデルの定式化で用いる記号の定義を示す。なお、記号は当該論文の記述に従っている。

集合

- ・  $N$ : サプライヤ集合
- ・  $M$ : 工場集合
- ・  $W$ : 配送センタ集合
- ・  $J$ : 顧客集合
- ・  $R$ : 原料集合

- ・  $P$  : 製品集合
- ・  $V$  : 配送センタに配置できる保管能力集合
- ・  $S$  : シナリオ集合

#### 変数

- ・  $X_n$  : サプライヤ  $n$  を選択するか否かを表す0-1変数
- ・  $Z_{vw}$  : 候補地  $w$  に  $v$  番目の保管能力をもつセンタを開設するか否かを表す0-1変数
- ・  $E_m$  : 工場  $m$  の生産能力の拡張量を表す連続変数
- ・  $Q_{nm}^r$  : シナリオ  $s$  の下で, サプライヤ  $n$  から工場  $m$  への原料  $r$  の輸送量
- ・  $L_m^{ps}$  : シナリオ  $s$  の下で, 工場  $m$  における製品  $p$  の製造量
- ・  $Y_{mj}^{ps}$  : シナリオ  $s$  の下で, 工場  $m$  から顧客  $j$  への製品  $p$  の輸送量
- ・  $Y_{mw}^{ps}$  : シナリオ  $s$  の下で, 工場  $m$  から配送センタ  $w$  への製品  $p$  の輸送量
- ・  $T_{wj}^{ps}$  : シナリオ  $s$  の下で, 配送センタ  $w$  から顧客  $j$  への製品  $p$  の輸送量
- ・  $T_{ww'}^{ps}$  : シナリオ  $s$  の下で, 配送センタ  $w$  から配送センタ  $w'$  への製品  $p$  の輸送量
- ・  $B_j^{ps}$  : シナリオ  $s$  の下で, 顧客  $j$  における製品  $p$  の機会損失量

#### 確率変数

- ・  $\sigma_n^s$  : シナリオ  $s$  の下で, サプライヤ  $n$  の0から1の途絶率
- ・  $v_m^s$  : シナリオ  $s$  の下で, 工場  $m$  の0から1の途絶率
- ・  $\gamma_w^s$  : シナリオ  $s$  の下で, 配送センタ  $w$  の0から1の途絶率
- ・  $\psi^s$  : シナリオ  $s$  における0から1の需要変動係数

#### パラメータ

- ・  $x_n$  : サプライヤ  $n$  を選択するときに必要な固定費用
- ・  $z_{vw}$  : 候補地  $w$  に  $v$  番目の保管能力をもつ配送センタを開設するために必要な固定費用
- ・  $e_m$  : 工場  $m$  の生産能力の拡張に必要な単位当たりの費用
- ・  $q_{nm}^r$  : サプライヤ  $n$  から工場  $m$  への原料  $r$  の単位当たりの輸送費用
- ・  $l_m^p$  : 工場  $m$  における製品  $p$  の単位当たりの生産費用
- ・  $y_{mj}^p$  : 工場  $m$  から顧客  $j$  への製品  $p$  の単位当たりの輸送費用
- ・  $y_{mw}^p$  : 工場  $m$  から配送センタ  $w$  への製品  $p$  の単位当たりの輸送費用
- ・  $t_{wj}^p$  : 配送センタ  $w$  から顧客  $j$  への製品  $p$  の単位当たりの輸送費用
- ・  $t_{ww'}^p$  : 配送センタ  $w$  から配送センタ  $w'$  への製品  $p$  の単位当たりの輸送費用
- ・  $b_j^p$  : 顧客  $j$  における製品  $p$  の単位当たりの機会損失費用
- ・  $c_n$  : サプライヤ  $n$  の供給能力
- ・  $f_m$  : 工場  $m$  の生産能力
- ・  $g_{vw}^p$  : 配送センタ  $w$  の  $v$  番目の製品  $p$  用の保管能力
- ・  $g'_m$  : 工場  $m$  の生産能力の拡張量の上限
- ・  $h_r^p$  : 製品  $p$  の単位当たりの生産に必要な原料  $r$  の量

・  $d_j^p$  : 顧客  $j$  における製品  $p$  の需要量

・  $\pi^s$  : シナリオ  $s$  の発生確率

佐藤らのモデルの定式化を  $SCND_1$  とする.

$SCND_1$

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize } \sum_{n \in N} x_n X_n + \sum_{v \in V} \sum_{w \in W} z_{vw} Z_{vw} + \sum_{m \in M} e_m E_m \\
 & + \sum_{s \in S} \pi^s \left( \sum_{r \in R} \sum_{n \in N} \sum_{m \in M} q_{nm}^r Q_{nm}^{rs} + \sum_{m \in M} \sum_{p \in P} l_m^p L_m^{ps} + \sum_{m \in M} \sum_{j \in J} \sum_{p \in P} y_{mj}^p Y_{mj}^{ps} \right. \\
 & \quad + \sum_{m \in M} \sum_{w \in W} \sum_{p \in P} y_{mw}^p Y_{mw}^{ps} + \sum_{w \in W} \sum_{j \in J} \sum_{p \in P} t_{wj}^p T_{wj}^{ps} \\
 & \quad \left. + \sum_{w \in W} \sum_{w' \in W \setminus \{w\}} \sum_{p \in P} t_{ww'}^p T_{ww'}^{ps} + \sum_{j \in J} \sum_{p \in P} b_j^p B_j^{ps} \right) \quad (1)
 \end{aligned}$$

subject to

$$\sum_{r \in R} \sum_{m \in M} Q_{nm}^{rs} \leq (1 - \sigma_n^s) c_n X_n \quad \forall s \in S, n \in N, \quad (2)$$

$$\sum_{p \in P} L_m^{ps} \leq (1 - \nu_m^s) (f_m + E_m) \quad \forall s \in S, m \in M, \quad (3)$$

$$\sum_{m \in M} Y_{mw}^{ps} + \sum_{w' \in W \setminus \{w\}} T_{ww'}^{ps} \leq (1 - \gamma_w^s) \sum_{v \in V} g_{vw}^p Z_{vw} \quad \forall s \in S, w \in W, p \in P, \quad (4)$$

$$\sum_{n \in N} Q_{nm}^{rs} = \sum_{p \in P} h_r^p L_m^{ps} \quad \forall s \in S, r \in R, m \in M, \quad (5)$$

$$L_m^{ps} = \sum_{j \in J} Y_{mj}^{ps} + \sum_{w \in W} Y_{mw}^{ps} \quad \forall s \in S, p \in P, m \in M, \quad (6)$$

$$\sum_{m \in M} Y_{mw}^{ps} + \sum_{w' \in W \setminus \{w\}} T_{w'w}^{ps} = \sum_{j \in J} T_{wj}^{ps} + \sum_{w' \in W \setminus \{w\}} T_{ww'}^{ps} \quad \forall s \in S, w \in W, p \in P, \quad (7)$$

$$\sum_{w \in W} T_{wj}^{ps} + \sum_{m \in M} Y_{mj}^{ps} + B_j^{ps} = \psi^s d_j^p \quad \forall s \in S, j \in J, p \in P, \quad (8)$$

$$E_m \leq g'_m \quad \forall m \in M, \quad (9)$$

$$\sum_{v \in V} Z_{vw} \leq 1 \quad \forall w \in W, \quad (10)$$

$$X_n \in \{0, 1\} \quad \forall n \in N, \quad (11)$$

$$Z_{vw} \in \{0, 1\} \quad \forall v \in V, w \in W, \quad (12)$$

$$Q_{nm}^{rs} \geq 0 \quad \forall r \in R, n \in N, m \in M, s \in S, \quad (13)$$

$$L_m^{ps} \geq 0 \quad \forall m \in M, p \in P, s \in S, \quad (14)$$

$$Y_{mj}^{ps} \geq 0 \quad \forall m \in M, j \in J, p \in P, s \in S, \quad (15)$$

$$Y_{mw}^{ps} \geq 0 \quad \forall m \in M, w \in W, p \in P, s \in S, \quad (16)$$

$$T_{wj}^{ps} \geq 0 \quad \forall w \in W, j \in J, p \in P, s \in S, \quad (17)$$

$$T_{ww'}^{ps} \geq 0 \quad \forall w \in W, w' \in W \setminus \{w\}, p \in P, s \in S, \quad (18)$$

$$B_j^{ps} \geq 0 \quad \forall j \in J, p \in P, s \in S. \quad (19)$$

(1)式の目的関数の前半の項はネットワーク設計に必要な固定費用、後半の項は各シナリオにおいて発生する変動費用の期待値であり、これらの和を最小化する。固定費用はサプライヤの選択費用、配送センタの開設費用、工場の生産能力の拡張費用である。また、シナリオごとの変動費用はサプライヤ・工場間の原料の輸送費用、工場・配送センタ間、工場・顧客間、配送センタ・配送センタ間の輸送費用、工場における生産費用、および製品の不足による機会損失費用である。(2)式はサプライヤの供給能力の制約式であり、シナリオ下における途絶率によって供給能力が変化する。(3)式は工場の生産能力の制約式であり、生産能力の拡張とシナリオ下における途絶率によって生産能力が変化する。(4)式は配送センタの保管能力の制約式であり、開設した配送センタの保管能力とシナリオ下における途絶率によって保管能力が変化する。(5)式は工場における生産に関する制約式であり、製品の生産量と生産に必要な原料の関係を表している。(6)式は工場の生産量と工場からの出庫量の関係式であり、工場の生産量とその工場から配送センタおよび顧客への出庫量が一致することを表している。(7)式は配送センタにおける入庫量と出庫量の関係式であり、工場および他の配送センタからの入庫量とその配送センタから他の配送センタおよび顧客への出庫量が一致することを表している。(8)式は顧客における需要量の式であり、工場および配送センタからの製品量と生産不足による機会損失量の和が顧客の需要量に一致することを表している。(9)式は工場の生産能力の拡張量の上限制約である。(10)式は配送センタの候補地に配置できる保管能力が高々1通りであることを表している。(11)式から(19)式は変数の0-1条件および非負条件である。

## 2. 2 Sabouhi らによるサプライチェーンネットワーク設計モデル

Sabouhi らのサプライチェーンネットワーク設計モデルは佐藤らのモデルで考慮している需要の変動を考慮しないモデルであり、単一製品のモデルである。メインサプライヤとバックアップサプライヤの選択、供給不足に関するサービスレベル、工場での原料の生産、施設間の複数の輸送路の考慮と輸送路の途絶をモデルに取り入れている。なお、メインサプライヤは途絶リスクがあるが、バックアップサプライヤは途絶リスクがない設定となっている。

Sabouhi らのサプライチェーンネットワーク設計モデルを図2に示す。サプライヤ、工場、配送センタ、顧客の4段階のサプライチェーンモデルであり、工場での原料の生産、および施設間の複数の輸送路を考慮している。

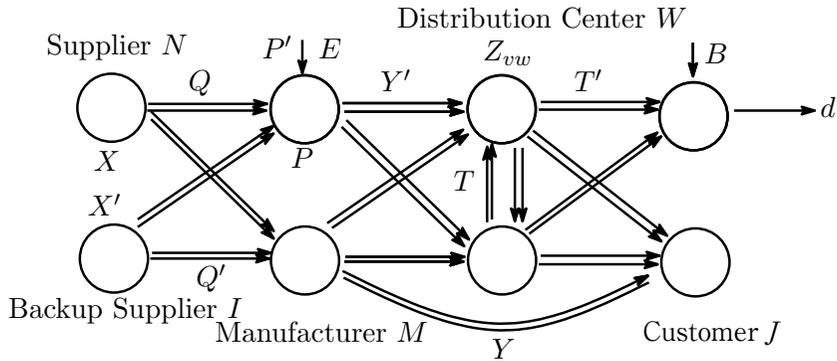


図2 Supply Chain Network for Sabouhi's Model

Sabouhiらのモデルの定式化で用いる記号の定義を示す。なお、記号は当該論文の記述に従っている。

集合

- ・  $J$ : 顧客集合
- ・  $W$ : 配送センタの候補地集合
- ・  $M$ : 工場集合
- ・  $I$ : バックアップサプライヤ集合
- ・  $N$ : メインサプライヤ集合
- ・  $R$ : 原料の種類集合
- ・  $S$ : シナリオ集合
- ・  $V$ : 配送センタに開設できる保管能力集合
- ・  $U$ : サプライヤから工場へ輸送する原料の輸送路集合
- ・  $K$ : 工場から配送センタへ輸送する製品の輸送路集合
- ・  $L$ : 工場から顧客へ輸送する製品の輸送路集合
- ・  $L'$ : 配送センタ間の製品の輸送路集合
- ・  $O$ : 配送センタから顧客へ輸送する製品の輸送路集合

変数

- ・  $X'_i$ : バックアップサプライヤ  $i$  が選択されたとき 1, そうでなければ 0 である 0-1 変数
- ・  $X_n$ : メインサプライヤ  $n$  が選択されたとき 1, そうでなければ 0 である 0-1 変数
- ・  $Z_{vw}$ : 配送センタ  $w$  に  $v$  番目の保管能力をもつ施設が開設されるとき 1, そうでなければ 0 である 0-1 変数
- ・  $Q_{im}^{ras}$ : シナリオ  $s$  の下で, バックアップサプライヤ  $i$  から工場  $m$  への輸送路  $u$  を用いた原料  $r$  の出荷量

- ・  $Q_{nm}^{rs}$  : シナリオ  $s$  の下で, メインサプライヤ  $n$  から工場  $m$  への輸送路  $u$  を用いた原料  $r$  の出荷量
- ・  $E_m$  : 工場  $m$  の拡張生産能力
- ・  $P_m^{rs}$  : シナリオ  $s$  の下で, 工場  $m$  における原料  $r$  の生産量
- ・  $P_m^s$  : シナリオ  $s$  の下で, 工場  $m$  における製品の生産量
- ・  $Y_{mw}^{ks}$  : シナリオ  $s$  の下で, 輸送路  $k$  を用いた工場  $m$  から配送センタ  $w$  への製品の輸送量
- ・  $Y_{mj}^{ls}$  : シナリオ  $s$  の下で, 輸送路  $l$  を用いた工場  $m$  から顧客  $j$  への製品の輸送量
- ・  $B_j^s$  : シナリオ  $s$  の下で, 顧客  $j$  の機会損失量
- ・  $T_{wj}^{os}$  : シナリオ  $s$  の下で, 輸送路  $o$  を用いた配送センタ  $w$  から顧客  $j$  への製品の輸送量
- ・  $T_{ww'}^{ls}$  : シナリオ  $s$  の下で, 輸送路  $l$  を用いた配送センタ  $w$  から  $w'$  への製品の輸送量

#### 確率変数

- ・  $v_m^s$  : シナリオ  $s$  の下で, 工場  $m$  の生産能力の途絶率
- ・  $\rho_n^s$  : シナリオ  $s$  の下で, メインサプライヤ  $n$  の供給能力の途絶率
- ・  $\gamma_w^s$  : シナリオ  $s$  の下で, 配送センタ  $w$  の保管能力の途絶率
- ・  $\delta_{nm}^{us}$  : シナリオ  $s$  の下で, メインサプライヤ  $n$  と工場  $m$  間の輸送路  $u$  が途絶されたとき 1, そうでないとき 0 である途絶率
- ・  $\beta_{im}^{us}$  : シナリオ  $s$  の下で, バックアップサプライヤ  $i$  と工場  $m$  間の輸送路  $u$  が途絶されたとき 1, そうでないとき 0 である途絶率
- ・  $\theta_{mw}^{ks}$  : シナリオ  $s$  の下で, 工場  $m$  と配送センタ  $w$  間の輸送路  $k$  が途絶されたとき 1, そうでないとき 0 である途絶率
- ・  $\epsilon_{mj}^{ls}$  : シナリオ  $s$  の下で, 工場  $m$  と顧客  $j$  の間の輸送路  $l$  が途絶されたとき 1, そうでないとき 0 である途絶率
- ・  $\mu_{ww'}^{ls}$  : シナリオ  $s$  の下で, 配送センタ  $w$  と  $w'$  間の輸送路  $l$  が途絶されたとき 1, そうでないとき 0 である途絶率
- ・  $\lambda_{wj}^{os}$  : シナリオ  $s$  の下で, 配送センタ  $w$  と顧客  $j$  の間の輸送路  $o$  が途絶されたとき 1, そうでないとき 0 である途絶率

#### パラメータ

- ・  $x'_i$  : バックアップサプライヤ  $i$  との契約費用
- ・  $x_n$  : メインサプライヤ  $n$  との契約費用
- ・  $z_{vw}$  : 候補地  $w$  に  $v$  番目の保管能力をもつ配送センタを開設するときに必要な費用
- ・  $e_m$  : 工場  $m$  における生産能力を拡張するための単位当たりの費用
- ・  $\psi_n^r$  : メインサプライヤ  $n$  から原料  $r$  を供給できる場合 1, そうでないとき 0 である定数

- ・  $\varphi_i^r$  : バックアップサプライヤ  $i$  から原料  $r$  を供給できる場合 1, そうでないとき 0 である定数
- ・  $\tau_m^r$  : 工場  $m$  が原料  $r$  を生産できる場合 1, そうでないとき 0 である定数
- ・  $q_{im}^{ru}$  : バックアップサプライヤ  $i$  から原料  $r$  を購入し, 輸送路  $u$  で工場  $m$  に輸送するときの単位当たりの輸送費用
- ・  $q_{am}^{ru}$  : メインサプライヤ  $n$  から原料  $r$  を購入し, 輸送路  $u$  で工場  $m$  に輸送するときの単位当たりの輸送費用
- ・  $p_m$  : 工場  $m$  における製品の単位当たりの生産費用
- ・  $p_m^r$  : 工場  $m$  における原料  $r$  の単位当たりの生産費用
- ・  $y_{mj}^l$  : 輸送路  $l$  における工場  $m$  から顧客  $j$  までの単位当たりの輸送費用
- ・  $y_{mw}^{rk}$  : 輸送路  $k$  における工場  $m$  から配送センタ  $w$  までの単位当たりの輸送費用
- ・  $t_{ww}^l$  : 輸送路  $l$  における配送センタ  $w$  と  $w'$  間の単位当たりの輸送費用
- ・  $t_{wj}^o$  : 輸送路  $o$  における配送センタ  $w$  から顧客  $j$  までの単位当たりの輸送費用
- ・  $d_j$  : 顧客  $j$  の需要
- ・  $\alpha$  : 顧客のサービスレベル
- ・  $c_i$  : バックアップサプライヤ  $i$  の供給能力
- ・  $c_n$  : メインサプライヤ  $n$  の供給能力
- ・  $h^r$  : 製品の単位当たりの生産に必要な原料  $r$  の量
- ・  $b_j$  : 顧客  $j$  の単位当たりの機会損失量
- ・  $\phi_m$  : 製品の単位当たりの生産に必要な工場  $m$  の生産能力の比率
- ・  $g_m'$  : 工場  $m$  の拡張可能な最大生産能力
- ・  $f_m'$  : 工場  $m$  の最小生産能力
- ・  $f_m$  : 工場  $m$  の最大生産能力
- ・  $\eta_m^r$  : 原料  $r$  の単位当たりの生産に必要な工場  $m$  の生産能力の比率
- ・  $\pi^s$  : シナリオ  $s$  の発生確率
- ・  $g_{vw}$  : 配送センタ  $w$  の  $v$  番目の保管能力
- ・  $M_{big}$  : 大きな数

Sabouhi らのモデルの定式化を  $SCND_2$  とする.

$SCND_2$  :

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize} \quad \sum_{n \in N} x_n X_n + \sum_{i \in I} x_i' X_i' + \sum_{v \in V} \sum_{w \in W} z_{vw} Z_{vw} + \sum_{m \in M} e_m E_m \\
 & \quad + \sum_{s \in S} \pi^s \left\{ \sum_{r \in R} \sum_{n \in N} \sum_{m \in M} \sum_{u \in U} q_{nm}^{ru} Q_{nm}^{rus} + \sum_{r \in R} \sum_{i \in I} \sum_{m \in M} \sum_{u \in U} q_{im}^{ru} Q_{im}^{rus} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{r \in R} \sum_{m \in M} p_m^r P_m^{rs} + \sum_{m \in M} p_m P_m^s \\
& + \sum_{m \in M} \sum_{j \in J} \sum_{l \in L} y_{mj}^l Y_{mj}^{ls} + \sum_{m \in M} \sum_{w \in W} \sum_{k \in K} y_{mw}^k Y_{mw}^{ks} \\
& + \sum_{w \in W} \sum_{j \in J} \sum_{o \in O} t_{wj}^o T_{wj}^{os} + \sum_{w \in W} \sum_{w' \in W \setminus \{w\}} \sum_{l' \in L'} t_{ww'}^{l'} T_{ww'}^{l's} + \sum_{j \in J} b_j B_j^s \} \quad (20)
\end{aligned}$$

subject to

$$\sum_{r \in R} \sum_{m \in M} \sum_{u \in U} Q_{nm}^{rus} \leq (1 - \sigma_n^s) c_n X_n \quad \forall s \in S, n \in N, \quad (21)$$

$$\sum_{r \in R} \sum_{m \in M} \sum_{u \in U} Q_{im}^{rus} \leq c_i' X_i' \quad \forall s \in S, i \in I, \quad (22)$$

$$\phi_m P_m^s + \sum_{r \in R} \eta_m^r P_m^{rs} \leq (1 - \nu_m^s) (f_m + E_m) \quad \forall s \in S, m \in M, \quad (23)$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{k \in K} Y_{mw}^{ks} + \sum_{w' \in W \setminus \{w\}} \sum_{l' \in L'} T_{w'w}^{l's} \leq \sum_{v \in V} g_{vw} Z_{vw} (1 - \gamma_w^s) \quad \forall s \in S, w \in W, \quad (24)$$

$$P_m^s \geq (1 - \nu_m^s) f_m' \quad \forall s \in S, m \in M, \quad (25)$$

$$E_m \leq g_m' \quad \forall m \in M, \quad (26)$$

$$\sum_{n \in N} \sum_{u \in U} \psi_n^r Q_{nm}^{rus} + \sum_{i \in I} \sum_{u \in U} \varphi_i^r Q_{im}^{rus} + \tau_m^r P_m^{rs} = h^r P_m^s \quad \forall s \in S, r \in R, m \in M, \quad (27)$$

$$P_m^s = \sum_{j \in J} \sum_{l \in L} Y_{mj}^{ls} + \sum_{w \in W} \sum_{k \in K} Y_{mw}^{ks} \quad \forall s \in S, m \in M, \quad (28)$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{k \in K} Y_{mw}^{ks} + \sum_{w' \in W \setminus \{w\}} \sum_{l' \in L'} T_{w'w}^{l's} = \sum_{j \in J} \sum_{o \in O} T_{wj}^{os} + \sum_{w' \in W \setminus \{w\}} \sum_{l' \in L'} T_{ww'}^{l's} \quad \forall s \in S, w \in W, \quad (29)$$

$$\sum_{w \in W} \sum_{o \in O} T_{wj}^{os} + \sum_{m \in M} \sum_{l \in L} Y_{mj}^{ls} + B_j^s = d_j \quad \forall s \in S, j \in J, \quad (30)$$

$$\sum_{w \in W} \sum_{o \in O} T_{wj}^{os} + \sum_{m \in M} \sum_{l \in L} Y_{mj}^{ls} \geq d_j \alpha \quad \forall s \in S, j \in J, \quad (31)$$

$$\sum_{v \in V} Z_{vw} \leq 1 \quad \forall w \in W, \quad (32)$$

$$\sum_{r \in R} Q_{nm}^{rus} \leq (1 - \delta_m^{us}) c_n \quad \forall s \in S, u \in U, m \in M, n \in N, \quad (33)$$

$$\sum_{r \in R} Q_{im}^{rus} \leq (1 - \beta_{im}^{us}) c_i' \quad \forall s \in S, u \in U, m \in M, i \in I, \quad (34)$$

$$Y_{mw}^{ks} \leq (1 - \theta_{mw}^{ks}) (f_m + g_m') \quad \forall s \in S, w \in W, k \in K, m \in M, \quad (35)$$

$$T_{wj}^{os} \leq (1 - \lambda_{wj}^{os}) M_{big} \quad \forall s \in S, o \in O, j \in J, w \in W, \quad (36)$$

$$Y_{mj}^{ls} \leq (1 - \epsilon_{mj}^{ls}) (f_m + g_m') \quad \forall s \in S, m \in M, j \in J, l \in L, \quad (37)$$

$$T_{ww'}^{l's} \leq (1 - \mu_{ww'}^{l's})M_{big} \quad \forall w \in W, w' \in W \setminus \{w\}, l' \in L', s \in S, \quad (38)$$

$$X_n \in \{0, 1\} \quad \forall n \in N, \quad (39)$$

$$X'_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, \quad (40)$$

$$Z_{vw} \in \{0, 1\} \quad \forall v \in V, w \in W, \quad (41)$$

$$E_m \geq 0 \quad \forall m \in M, \quad (42)$$

$$Q_{nm}^{rus} \geq 0 \quad \forall r \in R, n \in N, m \in M, u \in U, s \in S, \quad (43)$$

$$Q_{im}^{rus} \geq 0 \quad \forall r \in R, i \in I, m \in M, u \in U, s \in S, \quad (44)$$

$$P_m^s \geq 0 \quad \forall m \in M, s \in S, \quad (45)$$

$$P_m^{rs} \geq 0 \quad \forall r \in R, m \in M, s \in S, \quad (46)$$

$$Y_{mj}^{ls} \geq 0 \quad \forall m \in M, j \in J, l \in L, s \in S, \quad (47)$$

$$Y_{mw}^{ks} \geq 0 \quad \forall m \in M, w \in W, k \in K, s \in S, \quad (48)$$

$$T_{ww'}^{l's} \geq 0 \quad \forall w \in W, w' \in W \setminus \{w\}, l' \in L', s \in S, \quad (49)$$

$$T_{wj}^{os} \geq 0 \quad \forall w \in W, j \in J, o \in O, s \in S, \quad (50)$$

$$B_j^s \geq 0 \quad \forall j \in J, s \in S. \quad (51)$$

(20)式の目的関数の前半の項はネットワーク設計に必要な固定費用、後半の項は各シナリオにおいて発生する変動費用の期待値であり、これらの和を最小化する。固定費用はメインサプライヤおよびバックアップサプライヤの選択費用、特定の保管能力をもつ配送センタの開設費用、工場の生産能力の拡張費用である。また、変動費用はシナリオごとに発生し、メインサプライヤおよびバックアップサプライヤから工場への原料の購入費用と輸送費用、工場・配送センタ間、工場・顧客間、配送センタ・配送センタ間の製品の輸送費用、工場における原料と製品の生産費用、および製品の不足による機会損失費用である。(21)式はメインサプライヤからの在庫量とメインサプライヤの供給能力の関係式であり、シナリオ下における途絶率によってメインサプライヤの供給能力が変化することを表している。(22)式はバックアップサプライヤからの在庫量とバックアップサプライヤの供給能力との関係式である。なお、バックアップサプライヤの供給能力はシナリオ下における途絶の影響は受けないものとしている。(23)式は工場の生産能力の制約式であり、生産能力の拡張とシナリオ下における途絶率によって生産能力が変化する。また、製品と原料では生産に必要な単位当たりの生産能力の比率が異なっている。(24)式は配送センタの保管能力の制約式であり、開設した配送センタの保管能力とシナリオ下における途絶率によって保管能力が変化する。(25)式は工場における生産量の下限制約式であり、シナリオ下における途絶率によって生産量の下限値が変化する。(26)式は工場の生産能力の拡張量の上限を表している。(27)式はメインサプライヤおよび

バックアップサプライヤからの原料の入庫量と工場における原料の生産量の和が、工場で生産される製品に必要な原料の量に一致することを表している。(28)式は工場で生産される製品量と、工場から配送センタおよび顧客あてに出庫される製品量が一致することを表している。(29)式は工場および他の配送センタから配送センタに入庫する製品量と、配送センタから他の配送センタと顧客へ出庫する製品量が一致することを表している。(30)式は工場および配送センタから顧客に入庫する製品量と製品の不足により販売できない製品量の和と、顧客への製品の需要量が一致することを表している。(31)式は工場および配送センタから顧客に入庫する製品量が顧客への製品の需要量にサービスレベルをかけた量以上になることを表し、顧客へのサービスレベルを保持することを義務づけている。(32)式は配送センタの候補地に配置できる保管能力が高々1通りであることを表している。(33)式はメインサプライヤから工場への輸送路における輸送量の制約式であり、シナリオによっては特定の輸送路が完全に途絶することを表している。(34)式はバックアップサプライヤから工場への輸送路における輸送量の制約式であり、シナリオによっては特定の輸送路が完全に途絶することを表している。(35)式は工場から配送センタへの輸送路における輸送量の制約式であり、シナリオによっては特定の輸送路が完全に途絶することを表している。(36)式は配送センタから顧客への輸送路における輸送量の制約式であり、シナリオによっては特定の輸送路が完全に途絶することを表している。(37)式は工場から顧客への輸送路における輸送量の制約式であり、シナリオによっては特定の輸送路が完全に途絶することを表している。(38)式は配送センタ間の輸送路における輸送量の制約式であり、シナリオによっては特定の輸送路が完全に途絶することを表している。(39)式から(51)式は変数の0-1条件および非負条件である。

### 3. 途絶と需要の不確実性を考慮したサプライチェーンネットワーク設計の一般化モデル

前節で示した佐藤らと Sabouhi らによるサプライチェーンネットワーク設計モデルの定式化を示した。佐藤らのモデルの定式化では、1本の目的関数、変数の0-1条件、非負条件および上限制約を除く9本の制約式、8種類の集合、10種類の変数、4種類の確率変数、および17種類のパラメータを使用している。また、Sabouhi らのモデルの定式化では、1本の目的関数、変数の0-1条件、非負条件および上限制約を除く18本の制約式、13種類の集合、13種類の変数、9種類の確率変数、および29種類のパラメータを使用している。

ここでは定式化を示さないが、例えば Vali-Siar and Roghanian (2022) のモデルの定式化では、3本の目的関数、変数の0-1条件、非負条件および上限制約を除く35本の制約式、15種類の集合、21種類の変数、および94種類のパラメータと確率変数を使用して

いる。

このように、サプライチェーンネットワーク設計のモデルが拡張され、新たな前提や条件が付加されるたびに、制約式、集合、変数、パラメータや確率変数が増え、本質的なモデルの構造が見えにくくなる状況にある。これらの複雑な定式化は現実の問題の状況を直接的に分かりやすく表現するためのものであるが、名称は異なるが機能としては同種の施設や輸送路に対して、異なるパラメータ、異なる変数、異なる制約式を使用している。数理モデルの観点からは、解法やアルゴリズムで異なる性質を持たなければ、同じ性質をもつパラメータ、変数、制約式は極力、集約して表現すべきであると考え、このような観点から、2つの設計モデルに対して、ノード・アーク設計モデルとアーク設計モデルとして表現した定式化を示す。

### 3. 1 佐藤らによるサプライチェーンネットワーク設計モデル

#### 3. 1. 1 ノード・アーク設計による佐藤モデル

図3は佐藤らによるサプライチェーンネットワーク設計モデルをノード・アーク設計モデルとしてとらえたネットワーク図である。すべての施設をノードとして、すべての輸送路をアークとして表現する。ノードはノード容量、固定費用と変動費用をもつ。ノード容量は生産能力や保管能力などの処理能力を表現している。ノード容量は離散的または連続的な拡張が可能であり、拡張容量に対して離散的または連続的な費用が発生

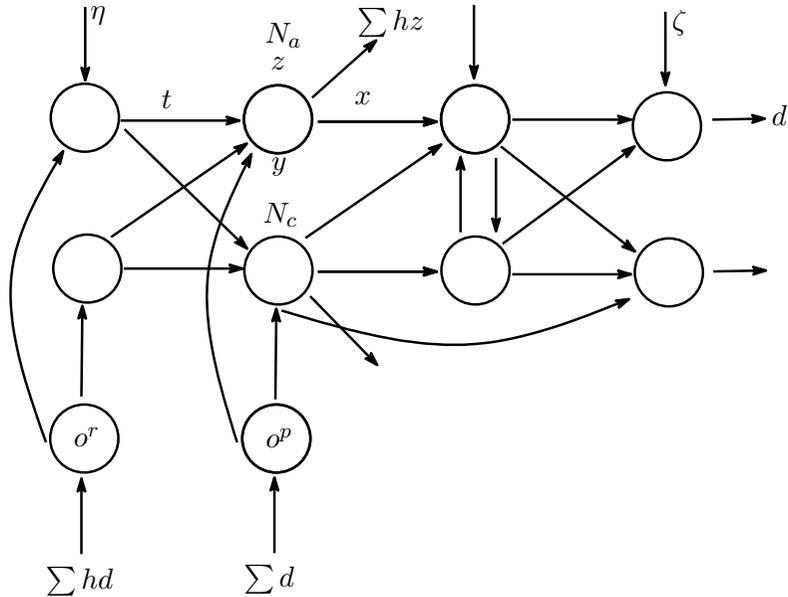


図3 : Supply Chain Network by Node and Arc Design for Sato's Model

する。固定費用は新規の開設費用や契約費用である。変動費用はノードを通過するフローに比例して発生するもので、生産費用、保管費用や処理費用に相当する。アークはアーク容量および変動費用をもつ。アーク容量は輸送能力であり、変動費用はアークを通過するフローに比例して発生するもので、輸送費用に相当する。

原料ごとにダミー発生ノードを設け、これらのノードから原料フローが発生し、サプライヤノードに供給する。製品ごとにダミー発生ノードを設け、これらのノードから製品フローが発生し、工場であるノードに供給する。また、原料を扱うノードに原料の機会損失フローを供給し、製品を扱うノードに製品の機会損失フローを供給し、これにより原料と製品の機会損失量を表現する。

このようなノードとアークにより、佐藤らによるサプライチェーンネットワーク設計モデルを拡張したモデルを表現することができる。佐藤らのモデルの拡張としては、次のようなものがある。4段階のサプライチェーンモデルではなく、任意のサプライチェーンネットワークに対応している。原料の機会損失と顧客以外での製品の機会損失の考慮、および工場以外の連続的な容量の拡張が可能である。配送センタ間の製品転送のみではなく、任意の施設間で製品の転送が可能である。

ノード・アークによる佐藤モデルの定式化で用いる記号の定義を示す。

集合

- ・  $N$ : ノード集合
- ・  $A$ : アーク集合
- ・  $N_a$ : 原料フローの終点集合
- ・  $N_c$ : ノード容量の拡張量が連続値をとるノード集合
- ・  $N_n^+$ : ノード  $n$  に入るアークの始点集合
- ・  $N_n^-$ : ノード  $n$  から出るアークの終点集合
- ・  $S$ : シナリオ集合
- ・  $R$ : 原料集合
- ・  $P$ : 製品集合
- ・  $W_n$ : ノード  $n$  に設置可能なノード容量集合
- ・  $D^p$ : 製品  $p$  の需要をもつノード集合

変数

- ・  $y_n^w$ : ノード  $n$  に  $w$  番目のノード容量を設置するとき 1, そうでないとき 0 である 0-1 変数, または設置比率を表す連続変数
- ・  $z_n^{ps}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $n$  における製品  $p$  のノードフロー量
- ・  $x_{ij}^{ps}$ : シナリオ  $s$  の下で, アーク  $(i, j)$  上の製品  $p$  のアークフロー量
- ・  $t_{ij}^{rs}$ : シナリオ  $s$  の下で, アーク  $(i, j)$  上の原料  $r$  のアークフロー量
- ・  $\phi_n^{ps}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $n$  における製品  $p$  の機会損失量

・  $\omega_n^{rs}$  : シナリオ  $s$  の下で、ノード  $n$  における原料  $r$  の機会損失量

確率変数

・  $b_n^{ws}$  : シナリオ  $s$  の下で、ノード  $n$  における途絶時の  $w$  番目のノード容量

・  $b_n^{0s}$  : シナリオ  $s$  の下で、ノード  $n$  における途絶時の初期ノード容量

・  $d_n^{ps}$  : シナリオ  $s$  の下で、ノード  $n$  における製品  $p$  の需要量

パラメータ

・  $f_n^w$  : ノード  $n$  における  $w$  番目のノード容量のデザイン費用

・  $g_n^p$  : ノード  $n$  における製品  $p$  の単位当たりのフロー費用

・  $c_{ij}^p$  : アーク  $(i, j)$  上の製品  $p$  の単位当たりのフロー費用

・  $e_{ij}^r$  : アーク  $(i, j)$  上の原料  $r$  の単位当たりのフロー費用

・  $h_r^p$  : 単位当たりの製品  $p$  の生産に必要な原料  $r$  の比率

・  $l_n^p$  : ノード  $n$  における製品  $p$  の単位当たりの機会損失費用

・  $q_n^r$  : ノード  $n$  における原料  $r$  の単位当たりの機会損失費用

・  $o^p$  : 製品  $p$  の発生ノード

・  $o^r$  : 原料  $r$  の発生ノード

$N$  はサプライヤ、工場、配送センタ、顧客、ダミーの原料発生ノード、およびダミーの製品発生ノードからなるノード集合である。  $A$  は輸送路に加え、原料発生ノードとサプライヤ間を繋ぐアーク、および製品発生ノードと工場を繋ぐアークで構成される。  $N_a$  は原料から製品を生産する工場に相当するノード集合である。  $N_c$  は能力を連続的に拡張できる施設であり、工場に相当するノード集合である。  $N_a$  と  $N_c$  は同一集合でも同一でない集合でも構わない。  $W_n$  は能力を離散的に配置できるノードの集合であり、配送センタの保管能力に相当する集合である。 なお、ノードに離散的に配置できる能力がない場合、  $W_n$  は空集合とする。  $D^p$  は製品の需要をもつ顧客に相当するノード集合である。

$y_n^w$  が  $0-1$  変数の場合は保管能力をもつ配送センターの開設、連続変数の場合は工場の最大拡張量に対する拡張率に対応している。  $z_n^{ps}$  はノードである施設における出荷量、生産量および保管量などに相当する。  $x_{ij}^{ps}$  は製品の輸送量に相当し、  $t_{ij}^{rs}$  は原料の輸送量に相当する。  $\phi_n^{ps}$  は施設と顧客における製品不足による製品の機会損失量であり、顧客以外の施設で発生することも想定している。  $\omega_n^{rs}$  は施設における原料不足による原料の機会損失量であり、前節のモデルでは想定はしていない。

記述を単純化するために、施設の能力に関する確率変数は途絶率ではなく、途絶時の稼働能力として表現している。  $b_n^{ws}$  は配送センタの途絶時の保管能力に対応するもので、  $(1 - \text{途絶率})$  を本来の施設の能力にかけたものである。  $b_n^{0s}$  は工場の途絶時の拡張分でない生産能力に対応するもので、  $(1 - \text{途絶率})$  を拡張分でない生産能力にかけたものである。 記述を単純化するために、需要量に関する確率変数  $d_n^{ps}$  は途絶時のシナリオに応

じて減少した需要量として表現している。

$f_n^w$  は配送センタの場合は保管能力をもつ施設の開設のための費用であり、工場の場合は最大拡張時の費用に対応している。 $g_n^p$  は工場であれば単位当たりの生産費用、配送センタであれば単位当たりの保管費用に相当する。 $c_{ij}^p$  は製品の単位当たりの輸送費用であり、 $e_{ij}^r$  は原料の単位当たりの輸送費用である。 $l_n^p$  は製品の単位当たりの機会損失費用であり、顧客以外の施設で発生することも想定している。 $q_n^r$  は原料の単位当たりの機会損失費用であり、前節のモデルでは想定はしていない。

ノード・アーク設計による佐藤モデルの定式化を  $GSCND_1$  とする。

$GSCND_1$

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & \sum_{n \in N} \sum_{w \in W_n} f_n^w y_n^w + \sum_{s \in S} \left\{ \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} g_n^p z_n^{ps} + \sum_{(i,j) \in A} \left( \sum_{p \in P} c_{ij}^p x_{ij}^{ps} + \sum_{r \in R} e_{ij}^r t_{ij}^{rs} \right) \right. \\ & \left. + \sum_{n \in N} \left( \sum_{p \in P} l_n^p \phi_n^{ps} + \sum_{r \in R} q_n^r \omega_n^{rs} \right) \right\} \quad (52) \end{aligned}$$

subject to

$$\sum_{i \in N_n^+} x_{in}^{ps} - \sum_{j \in N_n^-} x_{nj}^{ps} + \phi_n^{ps} = \begin{cases} -\sum_{k \in D^p} d_k^{ps} & \text{if } n = o^p \\ d_n^{ps} & \text{if } n \in D^p \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall n \in N, p \in P, s \in S \quad (53)$$

$$\sum_{i \in N_n^+} t_{in}^{rs} - \sum_{j \in N_n^-} t_{nj}^{rs} + \omega_n^{rs} = \begin{cases} -\sum_{p \in P} \sum_{k \in D^p} h_r^p d_k^{ps} & \text{if } n = o^r \\ \sum_{p \in P} h_r^p z_n^{ps} & \text{if } n \in N_a \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall n \in N, r \in R, s \in S \quad (54)$$

$$z_n^{ps} = \sum_{j \in N_n^-} x_{nj}^{ps} \quad \forall n \in N, s \in S, p \in P, \quad (55)$$

$$\sum_{p \in P} z_n^{ps} \leq b_n^{0s} + \sum_{w \in W_n} b_n^{ws} y_n^w \quad \forall n \in N, s \in S, \quad (56)$$

$$\sum_{w \in W_n} y_n^w \leq 1 \quad \forall n \in N, \quad (57)$$

$$0 \leq y_n^w \leq 1 \quad \forall w \in W_n, n \in N_c, \quad (58)$$

$$y_n^w \in \{0, 1\} \quad \forall w \in W_n, n \in N \setminus N_c, \quad (59)$$

$$x_{ij}^{ps} \geq 0 \quad \forall p \in P, (i, j) \in A, s \in S, \quad (60)$$

$$t_{ij}^{rs} \geq 0 \quad \forall r \in R, (i, j) \in A, s \in S, \quad (61)$$

$$z_n^{ps} \geq 0 \quad \forall p \in P, n \in N, s \in S, \quad (62)$$

$$\phi_n^{ps} \geq 0 \quad \forall n \in N, p \in P, s \in S, \quad (63)$$

$$\omega_n^{rs} \geq 0 \quad \forall n \in N, r \in R, s \in S. \quad (64)$$

(52)式の目的関数の第一項はノードの固定費用、第二項以降はシナリオごとに発生する変動費用の期待値であり、これらの和を最小化する。第二項はノードフローに対するフロー費用、第三項はアーク上のフロー費用で、原料と製品に分離している。第四項は原料と製品の機会損失費用である。(53)式は製品のフロー保存式であり、製品発生ノードから顧客にフローが流れることを表している。なお、第三項は製品の機会損失量である。(54)式は原料のフロー保存式であり、原料発生ノードから工場にフローが流れることを表している。なお、第三項は原料の機会損失量であり、第四項の原料の需要量は工場の生産量に一致する。(55)式はノードフローとアークフローの関係式であり、ノードフローは当該ノードから出るアークフローの合計である。(56)式はノード容量の制約式であり、ノードフローは初期のノード容量と設置するノード容量の和以下であることを表している。(57)式はノードに設置できる拡張容量は高々1通りであることを表している。なお、ノードが連続的に拡張できる場合は、 $W_n$ の要素数を1として、設置可能なノード容量は1通りとする。(58)式から(64)式は変数の0-1条件、非負条件および上限制約である。

GSCND<sub>1</sub>では、1本の目的関数、変数の0-1条件、非負条件および上限制約を除く4本の制約式、11種類の集合、5種類の変数、3種類の確率変数、および8種類のパラメータを使用している。

### 3. 1. 2 アーク設計による佐藤モデル

続いて、施設を表すノードを2つのノード間をつなぐアークで置き換えたモデルを示す。図4は佐藤らによるサプライチェーンネットワーク設計モデルをアークの設計モデルとしてとらえたネットワーク図である。すべての施設と輸送路をアークとして表現する。アークはアーク容量、固定費用と変動費用をもつ。このモデルでは、ノードに対して変数やパラメータが付くことはなく、アークに対してのみ変数やパラメータを考慮することになる。また、同一のノード間に容量をもつアークが複数存在している。

アークデザインによる佐藤モデルで用いる記号の定義を示す。

集合

- ・  $N$ : ノード集合
- ・  $A$ : アーク集合
- ・  $N_a$ : 原料フローの終点集合
- ・  $A_c$ : アーク容量の拡張量が連続値をとるアーク集合
- ・  $N_n^+$ : ノード  $n$  に入るアークの始点集合

- ・  $N_n^-$  : ノード  $n$  から出るアークの終点集合
- ・  $S$  : シナリオ集合
- ・  $R$  : 原料集合
- ・  $P$  : 製品集合
- ・  $W_{ij}$  : アーク  $(i, j)$  上に設置可能なアーク容量集合
- ・  $D^p$  : 製品  $p$  の需要をもつノード集合

変数

- ・  $y_{ij}^w$  : アーク  $(i, j)$  上に  $w$  番目のノード容量を設置するとき 1, そうでないとき 0 である 0-1 変数, または設置比率を表す連続変数
- ・  $x_{ij}^{ps}$  : シナリオ  $s$  の下で, アーク  $(i, j)$  上の製品  $p$  のアークフロー量
- ・  $t_{ij}^{rs}$  : シナリオ  $s$  の下で, アーク  $(i, j)$  上の原料  $r$  のアークフロー量
- ・  $\phi_n^{ps}$  : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $n$  における製品  $p$  の機会損失量
- ・  $\omega_n^{rs}$  : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $n$  における原料  $r$  の機会損失量

確率変数

- ・  $b_{ij}^{ws}$  : シナリオ  $s$  の下で, アーク  $(i, j)$  における途絶時の  $w$  番目のノード容量
- ・  $b_{ij}^{0s}$  : シナリオ  $s$  の下で, アーク  $(i, j)$  における途絶時の初期ノード容量
- ・  $d_{ij}^{ps}$  : シナリオ  $s$  の下で, アーク  $(i, j)$  における製品  $p$  の需要量

パラメータ

- ・  $f_{ij}^w$  : アーク  $(i, j)$  上の  $w$  番目のノード容量のデザイン費用
- ・  $c_{ij}^p$  : アーク  $(i, j)$  上の製品  $p$  の単位当たりのアークフロー費用
- ・  $e_{ij}^r$  : アーク  $(i, j)$  上の原料  $r$  の単位当たりのアークフロー費用

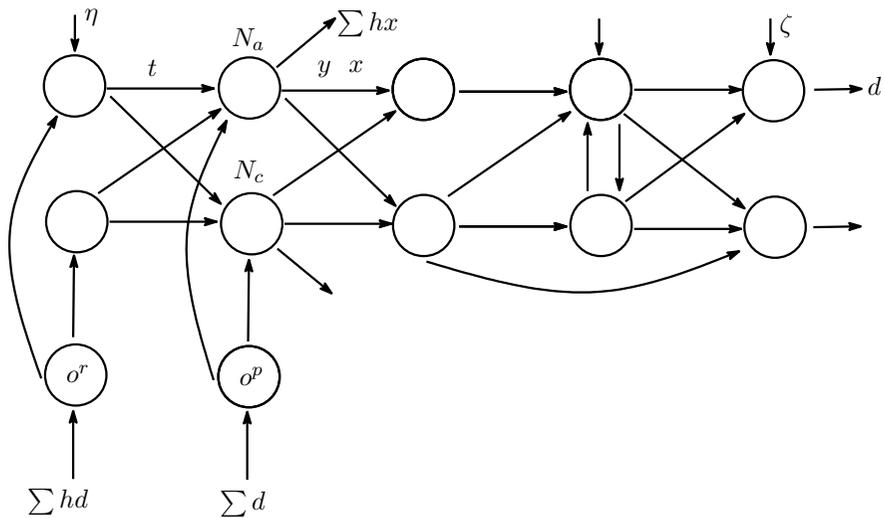


図 4 Supply Chain Network by Arc Design for Sato's Model

- ・  $h_p^r$  : 単位当たりの製品  $p$  の生産に必要な原料  $r$  の比率
- ・  $l_n^p$  : ノード  $n$  における製品  $p$  の単位当たりの機会損失費用
- ・  $q_n^r$  : ノード  $n$  における原料  $r$  の単位当たりの機会損失費用
- ・  $o^p$  : 製品  $p$  の発生ノード
- ・  $o^r$  : 原料  $r$  の発生ノード

輸送路に加え、工場や配送センタなどの施設を2つのノード間のアークとして表現し、これらの集合を  $A$  としている。  $N_a$  は工場に相当するアークの始点のノード集合である。  $A_c$  は能力を連続的に拡張できる工場に相当するアーク集合である。  $W_{ij}$  はアーク上で離散的に配置できる能力の集合であり、工場の拡張生産能力や配送センタの保管能力に相当する集合である。なお、離散的に配置できる能力がない場合は空集合、連続的に拡張できる場合は要素数を1とする。  $y_{ij}^w$  は0-1変数の場合は能力をもつ配送センタの開設に対応するアークのデザイン変数であり、連続変数の場合は工場の最大拡張量に対する拡張率に対応するアークのデザイン変数である。また、アークが輸送路に対応する場合は、輸送便の設定などに相当する。  $x_{ij}^{ps}$  は製品の輸送量に加え、製品の生産量や保管量に相当し、  $t_{ij}^{rs}$  は原料の輸送量等に相当する。  $b_{ij}^{ws}$  は配送センタの途絶時の保管能力に対応する容量であり、(1-途絶率)を本来の施設の能力にかけたものである。  $b_{ij}^{os}$  は工場の途絶時の拡張分でない生産能力に対応する容量であり、(1-途絶率)を拡張分でない生産能力にかけたものであり、アークが配送センタや輸送路であるときは0と考える。  $f_{ij}^w$  はアークが配送センタの場合は保管能力をもつ施設の開設のための費用であり、工場の場合は最大拡張時の費用である。また、アークが輸送路に対応する場合は、輸送路上で輸送車両を設定する費用である。  $c_{ij}^b$  は輸送費用に加え、アークに対応する施設における生産費用や保管費用に相当する。

アークデザインによる佐藤モデルを  $GSCNDA_1$  とする。

$GSCNDA_1$

$$\begin{aligned}
 \text{minimize} \quad & \sum_{(i,j) \in A} \left\{ \sum_{w \in W_{ij}} f_{ij}^w y_{ij}^w + \sum_{s \in S} \left( \sum_{p \in P} c_{ij}^p x_{ij}^{ps} + \sum_{r \in R} e_{ij}^r t_{ij}^{rs} \right) \right\} \\
 & + \sum_{s \in S} \sum_{n \in N} \left( \sum_{p \in P} l_n^p \phi_n^{ps} + \sum_{r \in R} q_n^r \omega_n^{rs} \right) \quad (65)
 \end{aligned}$$

subject to

$$\sum_{i \in N_n^+} x_{in}^{ps} - \sum_{j \in N_n^-} x_{nj}^{ps} + \phi_n^{ps} = \begin{cases} -\sum_{k \in D^p} d_k^{ps} & \text{if } n = o^p \\ d_n^{ps} & \text{if } n \in D^p \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall n \in N, p \in P, s \in S, \quad (66)$$

$$\sum_{i \in N_n^+} t_{in}^{rs} - \sum_{j \in N_n^-} t_{nj}^{rs} + \omega_n^{rs} = \begin{cases} -\sum_{p \in P} \sum_{k \in D^p} h_r^p d_k^{ps} & \text{if } n = o^r \\ \sum_{p \in P} h_r^p \sum_{j \in N_n^-} x_{nj}^{ps} & \text{if } n \in N_a \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall n \in N, r \in R, s \in S, \quad (67)$$

$$\sum_{p \in P} x_{ij}^{ps} \leq b_{ij}^{0s} + \sum_{w \in W_{ij}} b_{ij}^{ws} y_{ij}^w \quad \forall (i, j) \in A, s \in S, \quad (68)$$

$$\sum_{w \in W_{ij}} y_{ij}^w \leq 1 \quad \forall (i, j) \in A, \quad (69)$$

$$0 \leq y_{ij}^w \leq 1 \quad \forall w \in W_{ij}, (i, j) \in A_c, \quad (70)$$

$$y_{ij}^w \in \{0, 1\} \quad \forall w \in W_{ij}, (i, j) \in A \setminus A_c, \quad (71)$$

$$x_{ij}^{ps} \geq 0 \quad \forall p \in P, (i, j) \in A, s \in S, \quad (72)$$

$$t_{ij}^{rs} \geq 0 \quad \forall r \in R, (i, j) \in A, s \in S, \quad (73)$$

$$\phi_n^{ps} \geq 0 \quad \forall n \in N, p \in P, s \in S, \quad (74)$$

$$\omega_n^{rs} \geq 0 \quad \forall n \in N, r \in R, s \in S. \quad (75)$$

(65)式の目的関数の第一項はアークの固定費用，第二項以降はシナリオごとに発生する変動費用の期待値であり，これらの和を最小化する．第二項はアーク上のフロー量に比例して発生するフロー費用であり，原料と製品に分離している．第三項は原料と製品の機会損失費用である．(66)式は製品のフロー保存式であり，製品発生ノードから顧客にフローが流れることを表している．なお，第三項は製品の機会損失量である．(67)式は原料のフロー保存式であり，原料発生ノードから工場にフローが流れることを表している．なお，第三項は原料の機会損失量であり，工場の原料需要は製品の生産量に必要な原料量に対応している．(68)式はアーク容量の制約式であり，アークフローは初期のアーク容量と設置するアーク容量の和以下であることを表している．(69)式はアークに設置できる拡張容量は高々1通りであることを表している．なお，アークが連続的に拡張できる場合は，当該アークに設置可能なアーク容量は1通りとする．(70)式から(75)式は変数の0-1条件，非負条件および上限制約である．

GSCNDA<sub>1</sub>では，1本の目的関数，変数の0-1条件，非負条件および上限制約を除く4本の制約式，11種類の集合，5種類の変数，3種類の確率変数，および8種類のパラメータを使用している．

### 3. 2 Sabouhi らによるサプライチェーンネットワーク設計モデル

#### 3. 2. 1 ノード・アーク設計による Sabouhi モデル

図5はSabouhiらによるサプライチェーンネットワーク設計モデルをノード・アーク設計モデルとしてとらえたネットワーク図である．ノードとアークによる佐藤モデルと

大きく異なる点は、ノード間にアークが複数存在することである。また、工場でも原料を生産できるため、原料発生ノードから工場ノードにも接続している。

ここに示すモデルは、Sabouhiによるサプライチェーンネットワーク設計モデルを拡張したモデルとなっている。4段階のサプライチェーンモデルではなく、任意のネットワークに対応し、多品種の生産と輸送、原料の機会損失、および顧客以外での製品の機会損失を考慮することができる。また、工場以外でも連続的な容量の拡張が可能である。配送センタ間の製品転送のみではなく、任意の施設間で製品の転送が可能である。

ノード・アーク設計による Sabouhi モデルの定式化で用いる記号の定義を示す。

#### 集合

- ・  $N$ : ノード集合
- ・  $A$ : 両端のノード間にアークが存在するノード対集合
- ・  $N_a$ : 原料フローの終点集合
- ・  $N_c$ : ノード容量の拡張量が連続値をとるノード集合
- ・  $N_n^+$ : ノード  $n$  に入るアークの始点集合
- ・  $N_n^-$ : ノード  $n$  から出るアークの終点集合
- ・  $U_{ij}$ : ノード  $i, j$  間のアーク集合
- ・  $S$ : シナリオ集合
- ・  $R$ : 原料集合
- ・  $P$ : 製品集合
- ・  $W_n$ : ノード  $n$  に設置可能なノード容量集合
- ・  $D^p$ : 製品  $p$  の需要をもつノード集合

#### 変数

- ・  $y_n^w$ : ノード  $n$  に  $w$  番目のノード容量を設置するとき 1, そうでないとき 0 である 0-1 変数, または設置比率を表す連続変数
- ・  $z_n^{ps}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $n$  における製品  $p$  のノードフロー量
- ・  $v_n^{rs}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $n$  における原料  $r$  のノードフロー量
- ・  $x_{ij}^{psu}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $i, j$  間のアーク  $u$  上の製品  $p$  のアークフロー量
- ・  $t_{ij}^{rsu}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $i, j$  間のアーク  $u$  上の原料  $r$  のアークフロー量
- ・  $\phi_n^{ps}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $n$  における製品  $p$  の機会損失量
- ・  $\omega_n^{rs}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $n$  における原料  $r$  の機会損失量

#### 確率変数

- ・  $b_n^{ws}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $n$  における途絶時の  $w$  番目のノード容量
- ・  $b_n^{0s}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $n$  における途絶時のノード容量の下限値
- ・  $b_n^{1s}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $n$  における途絶時の初期ノード容量
- ・  $a_{ij}^{us}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $i, j$  間のアーク  $u$  が途絶するとき 0, そうでない

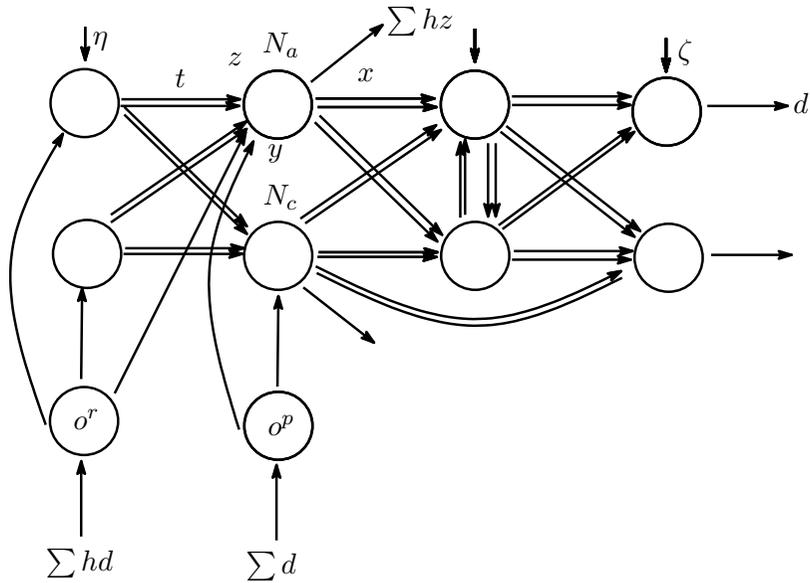


図5 Supply Chain Network by Node and Arc Design for Sabouhi's Model

とき通常の容量であるアーク容量

- ・  $d_n^{bs}$  : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $n$  における製品  $p$  の需要量

パラメータ

- ・  $f_n^w$  : ノード  $n$  における  $w$  番目のノード容量のデザイン費用
- ・  $g_n^p$  : ノード  $n$  における製品  $p$  の単位当たりのフロー費用
- ・  $k_n^r$  : ノード  $n$  における原料  $r$  の単位当たりのノード費用
- ・  $c_{ij}^{pu}$  : ノード  $i, j$  間のアーク  $u$  上の製品  $p$  の単位当たりのフロー費用
- ・  $e_{ij}^{ru}$  : ノード  $i, j$  間のアーク  $u$  上の原料  $r$  の単位当たりのフロー費用
- ・  $l_n^p$  : ノード  $n$  における製品  $p$  の単位当たりの機会損失費用
- ・  $q_n^r$  : ノード  $n$  における原料  $r$  の単位当たりの機会損失費用
- ・  $\beta_n^p$  : ノード  $n$  における製品  $p$  のフローに必要な単位当たりのノード容量の比率
- ・  $\gamma_n^r$  : ノード  $n$  における材料  $r$  のフローに必要な単位当たりのノード容量の比率
- ・  $h_r^p$  : 単位当たりの製品  $p$  のフローに必要な原料  $r$  の比率
- ・  $o^p$  : 製品  $p$  の発生ノード
- ・  $o^r$  : 原料  $r$  の発生ノード
- ・  $\alpha$  : 顧客に対する製品の機会損失の許容率の上限

施設間に複数の輸送路が存在するため,  $U_{ij}$  はそれらの輸送路に対応する集合である.  $v_n^{rs}$  は原料の生産量に相当する.  $x_{ij}^{bsu}$  は複数の輸送路の内のある輸送路上の製品の輸送量

であり,  $t_{ij}^{rsu}$  は複数の輸送路の内のある輸送路上の原料の輸送量である.  $k_n^r$  は原料の単位当たりの生産費用に相当する.  $\beta_n^p$  は製品を生産する際に消費する全生産能力に対する割合である.  $\gamma_n^r$  は原料を生産する際に消費する全生産能力に対する割合である.  $\alpha$  は許容できる品切れ率であり, (1-サービスレベル) である.

ノードとアークデザインによる Sabouhi モデルの定式化を  $GSCND_2$  とする.

$GSCND_2$

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize} \quad \sum_{n \in N} \sum_{w \in W_n} f_n^w y_n^w \\
 & + \sum_{s \in S} \left\{ \sum_{n \in N} \left( \sum_{p \in P} g_n^p z_n^{ps} + \sum_{r \in R} k_n^r v_n^{rs} \right) + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{u \in U_{ij}} \left( \sum_{p \in P} c_{ij}^{pu} x_{ij}^{psu} + \sum_{r \in R} e_{ij}^{ru} t_{ij}^{rsu} \right) \right\} \\
 & + \sum_{s \in S} \sum_{n \in N} \left( \sum_{p \in P} l_n^p \phi_n^{ps} + \sum_{r \in R} q_n^r \omega_n^{rs} \right) \quad (76)
 \end{aligned}$$

subject to

$$\sum_{i \in N_n^+} \sum_{u \in U_{in}} x_{in}^{psu} - \sum_{j \in N_n^-} \sum_{u \in U_{nj}} x_{nj}^{psu} + \phi_n^{ps} = \begin{cases} -\sum_{k \in D^p} d_k^{ps} & \text{if } n = o^p \\ d_n^{ps} & \text{if } n \in D^p \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall n \in N, p \in P, s \in S, \quad (77)$$

$$\sum_{i \in N_n^+} \sum_{u \in U_{in}} t_{in}^{rsu} - \sum_{j \in N_n^-} \sum_{u \in U_{nj}} t_{nj}^{rsu} + \omega_n^{rs} = \begin{cases} -\sum_{p \in P} \sum_{k \in D^p} h_r^p d_k^{ps} & \text{if } n = o^r \\ \sum_{p \in P} h_r^p z_n^{ps} & \text{if } n \in N_a \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall n \in N, r \in R, s \in S, \quad (78)$$

$$z_n^{ps} = \sum_{j \in N_n^-} \sum_{u \in U_{nj}} x_{nj}^{psu} \quad \forall n \in N, p \in P, s \in S, \quad (79)$$

$$v_n^{rs} = \sum_{j \in N_n^-} \sum_{u \in U_{nj}} t_{nj}^{rsu} \quad \forall n \in N, r \in R, s \in S, \quad (80)$$

$$b_n^{0s} \leq \sum_{p \in P} \beta_n^p z_n^{ps} + \sum_{r \in R} \gamma_n^r v_n^{rs} \leq b_n^{0s} + \sum_{w \in W_n} b_n^{ws} y_n^w \quad \forall n \in N, s \in S, \quad (81)$$

$$\sum_{p \in P} x_{ij}^{psu} + \sum_{r \in R} t_{ij}^{rsu} \leq a_{ij}^{us} \quad \forall (i, j) \in A, u \in U_{ij}, s \in S, \quad (82)$$

$$\sum_{w \in W_n} y_n^w \leq 1 \quad \forall n \in N, \quad (83)$$

$$0 \leq y_n^w \leq 1 \quad \forall w \in W_n, n \in N_c, \quad (84)$$

$$y_n^w \in \{0, 1\} \quad \forall w \in W_n, n \in N \setminus N_c, \quad (85)$$

$$x_{ij}^{psu} \geq 0 \quad \forall p \in P, u \in U_{ij}, (i, j) \in A, s \in S, \quad (86)$$

$$t_{ij}^{rsu} \geq 0 \quad \forall r \in R, u \in U_{ij}, (i, j) \in A, s \in S, \quad (87)$$

$$z_n^{ps} \geq 0 \quad \forall p \in P, n \in N, s \in S, \quad (88)$$

$$v_n^{rs} \geq 0 \quad \forall r \in R, n \in N, s \in S, \quad (89)$$

$$0 \leq \phi_n^{ps} \leq \alpha d_n^{ps} \quad \forall n \in D^p, p \in P, s \in S, \quad (90)$$

$$\phi_n^{ps} \geq 0 \quad \forall n \in N, p \in P, s \in S, \quad (91)$$

$$\omega_n^{rs} \geq 0 \quad \forall n \in N, r \in R, s \in S. \quad (92)$$

(76)式の目的関数の第一項はノードの固定費用、第二項以降はシナリオごとに発生する変動費用の期待値であり、これらの和を最小化する。第二項はノードフローに対するフロー費用であり、原料と製品に分離している。第三項はアーク上のフロー費用であり、原料と製品に分離している。第四項は原料と製品の機会損失費用である。(77)式は製品のフロー保存式であり、製品発生ノードからいくつかのノードを経由して顧客ノードにフローが流れることを表している。なお、第三項は製品の機会損失量である。(78)式は原料のフロー保存式であり、原料発生ノードから工場にフローが流れることを表している。なお、第三項は原料の機会損失量であり、工場の原料需要は製品の生産に必要な原料量に対応している。(79)式は製品のノードフローとアークフローの関係式であり、製品のノードフローは当該ノードから出る製品のアークフローの合計である。(80)式は原料のノードフローとアークフローの関係式であり、原料のノードフローは当該ノードから出る原料のアークフローの合計である。(81)式はノード容量の制約式であり、ノードフローは初期のノード容量と設置するノード容量の和以下であり、かつ下限値以上であることを表している。なお、左辺において製品と原料を消費するノード容量に変換している。(82)式はアーク容量の制約式である。シナリオによってアークが途絶されるときは容量が0となることも表している。(83)式はノードに設置できる拡張容量は高々1通りであることを表している。なお、ノードが連続的に拡張できる場合は、当該ノードに設置可能なノード容量は1通りとする。(84)式から(92)式は変数の0-1条件、非負条件および上限制約である。(90)式は顧客へのサービスレベルを保証する式であり、顧客の需要に対する機会損失量の上限制約を表している。

GSCND<sub>2</sub>では Sabouhi モデルの条件を拡張しており、1本の目的関数、変数の0-1条件、非負条件および上限制約を除く7本の制約式、12種類の集合、7種類の変数、5種類の確率変数、および13種類のパラメータを使用している。

### 3. 2. 2 アーク設計による Sabouhi モデル

続いて、ノードを2つのノード間をつなぐアークで置き換えたモデルを示す。図6は、Sabouhi らによるサプライチェーンネットワーク設計モデルをアークの設計モデルとしてとらえたネットワーク図である。すべての施設と輸送路をアークとして表現する。

アークはアーク容量, 固定費用と変動費用をもつ. このモデルでは, ノードに対して変数やパラメータが付くことはなく, アークに対してのみ変数やパラメータを考慮することになる.

アークデザインによる Sabouhi モデルの定式化で用いる記号の定義を示す.

記号の定義

集合

- ・  $N$ : ノード集合
- ・  $A$ : 両端ノード間にアークが存在するノード対集合
- ・  $U_{ij}$ : ノード  $i, j$  間のアーク集合
- ・  $N_a$ : 原料フローの終点集合
- ・  $A_c$ : アーク容量の拡張量が連続値をとるアーク集合
- ・  $N_n^+$ : ノード  $n$  に入るアークの始点集合
- ・  $N_n^-$ : ノード  $n$  から出るアークの終点集合
- ・  $S$ : シナリオ集合
- ・  $R$ : 原料集合
- ・  $P$ : 製品集合
- ・  $D^p$ : 製品  $p$  の需要をもつノード集合

変数

- ・  $y_{ij}^u$ : ノード  $i, j$  間のアーク  $u$  を設置するとき 1, そうでないとき 0 である 0-1 変数, またはアーク  $u$  のアーク容量に対する設置比率
- ・  $x_{ij}^{psu}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $i, j$  間のアーク  $u$  上の製品  $p$  のアークフロー量
- ・  $l_{ij}^{rsu}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $i, j$  間のアーク  $u$  上の原料  $r$  のアークフロー量
- ・  $\phi_n^{ps}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $n$  における製品  $p$  の機会損失量
- ・  $\omega_n^{rs}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $n$  における原料  $r$  の機会損失量

確率変数

- ・  $b_{ij}^{us}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $i, j$  間のアーク  $u$  の途絶時のアーク容量
- ・  $b_{ij}^{0us}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $i, j$  間のアーク  $u$  の途絶時のアーク容量の下限値
- ・  $b_{ij}^{1us}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $i, j$  間のアーク  $u$  の途絶時の初期アーク容量
- ・  $d_n^{ps}$ : シナリオ  $s$  の下で, ノード  $n$  における製品  $p$  の需要量

パラメータ

- ・  $f_{ij}^u$ : ノード  $i, j$  間のアーク  $u$  のデザイン費用
- ・  $c_{ij}^{pu}$ : ノード  $i, j$  間のアーク  $u$  上の製品  $p$  の単位当たりのフロー費用
- ・  $e_{ij}^{ru}$ : ノード  $i, j$  間のアーク  $u$  上の原料  $r$  の単位当たりのフロー費用
- ・  $l_n^p$ : ノード  $n$  における製品  $p$  の単位当たりの機会損失費用
- ・  $q_n^r$ : ノード  $n$  における原料  $r$  の単位当たりの機会損失費用

- ・  $\beta_{ij}^p$  : アークが施設に相当するときはノード  $i, j$  間における製品  $p$  の生産・保管等に  
必要な単位当たりのアーク容量の比率であり、それ以外のときは1である  
定数
- ・  $\gamma_{ij}^r$  : アークが施設に相当するときはノード  $i, j$  間における材料  $r$  の生産・保管等  
に必要な単位当たりのアーク容量の比率であり、それ以外のときは1である  
定数
- ・  $h_r^p$  : 単位当たりの製品  $p$  の生産に必要な原料  $r$  の比率
- ・  $o^p$  : 製品  $p$  の発生ノード
- ・  $o^r$  : 原料  $r$  の発生ノード
- ・  $\alpha$  : 顧客に対する製品の機会損失の許容率の上限

$U_{ij}$  はノード  $i, j$  間のアーク集合である。アークが工場などで既存の施設を拡張する場合は、要素数は1つとする。  $y_{ij}^u$  はアークが施設に対応する場合0-1変数の場合は能力をもつ配送センタの開設に対応し、連続変数の場合は工場の最大拡張量に対する拡張率に対応するアークのデザイン変数である。また、アークが輸送路に対応し、輸送路上で輸送車両を考慮する場合、その固定費用に対応するアークのデザイン変数である。  $b_{ij}^{us}$  は施設の途絶時の生産・保管能力、または輸送路が途絶時の輸送能力であり、(1-途絶率)を本来の能力にかけたものである。  $b_{ij}^{ous}$  は施設の途絶時の拡張分でない既存の生産・保管能力、または輸送路が途絶時の通常の輸送能力に対応する容量であり、(1-途絶率)を能力にかけたものである。  $f_{ij}^u$  はアークが施設に対応する場合は開設費用や最大拡張時の費用に対応し、輸送路に対応する場合は輸送路上で輸送車両を設定する費用に対応する。  $c_{ij}^{pu}$  は特定の輸送路の製品の単位当たりの輸送費用に加え、アークに対応する特定の能力における製品の生産費用や保管費用に相当する。  $e_{ij}^{ru}$  は特定の輸送路の原料の単位当たりの輸送費用に加え、アークに対応する特定の能力における原料の生産費用や保管費用に相当する。

アーク設計による Sabouhi モデルの定式化を  $GSCNDA_2$  とする。

$GSCNDA_2$

$$\min \sum_{(i,j) \in A} \sum_{u \in U_{ij}} \left\{ f_{ij}^u y_{ij}^u + \sum_{s \in S} \left( \sum_{p \in P} c_{ij}^{pu} x_{ij}^{psu} + \sum_{r \in R} e_{ij}^{ru} t_{ij}^{rsu} \right) \right\} + \sum_{s \in S} \sum_{n \in N} \left( \sum_{p \in P} l_n^p \phi_n^{ps} + \sum_{r \in R} q_n^r \omega_n^{rs} \right) \quad (93)$$

subject to

$$\sum_{i \in N_n^+} \sum_{u \in U_{in}} x_{in}^{psu} - \sum_{j \in N_n^-} \sum_{u \in U_{nj}} x_{nj}^{psu} + \phi_n^{ps} = \begin{cases} -\sum_{k \in D^p} d_k^{ps} & \text{if } n = o^p \\ d_n^{ps} & \text{if } n \in D^p \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall n \in N, p \in P, s \in S, \quad (94)$$

$$\sum_{i \in N_n^+} \sum_{u \in U_{in}} t_{in}^{rsu} - \sum_{j \in N_n^-} \sum_{u \in U_{nj}} t_{nj}^{rsu} + \omega_n^{rs} = \begin{cases} -\sum_{p \in P} \sum_{k \in D^p} h_r^p d_k^{ps} & \text{if } n = o^r \\ \sum_{p \in P} h_r^p \sum_{j \in N_n^-} x_{nj}^{ps} & \text{if } n \in N_a \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall n \in N, r \in R, s \in S, \quad (95)$$

$$b_{ij}^{0us} \leq \sum_{p \in P} \beta_{ij}^p x_{ij}^{psu} + \sum_{r \in R} \gamma_{ij}^r t_{ij}^{rsu} \leq b_{ij}^{0us} + \sum_{u \in U_{ij}} b_{ij}^{us} y_{ij}^u \quad \forall (i, j) \in A, u \in U_{ij}, s \in S, \quad (96)$$

$$\sum_{u \in U_{ij}} y_{ij}^u \leq 1 \quad \forall (i, j) \in A \quad (97)$$

$$0 \leq y_{ij}^u \leq 1 \quad \forall u \in U_{ij}, (i, j) \in A_c, \quad (98)$$

$$y_{ij}^u \in \{0, 1\} \quad \forall u \in U_{ij}, (i, j) \in A \setminus A_c, \quad (99)$$

$$x_{ij}^{psu} \geq 0 \quad \forall p \in P, u \in U_{ij}, (i, j) \in A, s \in S, \quad (100)$$

$$t_{ij}^{rsu} \geq 0 \quad \forall r \in R, u \in U_{ij}, (i, j) \in A, s \in S, \quad (101)$$

$$0 \leq \phi_n^{ps} \leq \alpha d_n^{ps} \quad \forall n \in D^p, p \in P, s \in S, \quad (102)$$

$$\phi_n^{ps} \geq 0 \quad \forall n \in N, p \in P, s \in S, \quad (103)$$

$$\omega_n^{rs} \geq 0 \quad \forall n \in N, r \in R, s \in S. \quad (104)$$

(93)式の目的関数の第一項はアークの固定費用であり、第二項以降はシナリオごとに発生する変動費用の期待値であり、これらの和を最小化する。第二項はアーク上のフロー量に比例して発生するフロー費用であり、原料と製品に分離している。第三項は原料と製品の機会損失費用である。(94)式は製品のフロー保存式であり、製品発生ノードからいくつかのノードを経由して顧客ノードにフローが流れることを表している。なお、第三項は製品の機会損失量である。(95)式は原料のフロー保存式であり、原料発生ノードから工場にフローが流れることを表している。なお、第三項は原料の機会損失量であり、工場の原料需要は製品の生産に必要な原料量に対応している。(96)式はアーク容量の制約式であり、アークフローは初期のアーク容量と設置するアーク容量の和以下であり、かつ下限値以上であることを表している。なお、左辺において製品と原料を消費するアーク容量に変換している。(97)式はアークに設置できる拡張容量は高々1通りであることを表している。なお、アークが連続的に拡張できる場合は、当該アークに設置可能なアーク容量は1通りとする。(98)式から(104)式は変数の0-1条件、非負条件および上限制約である。(102)式は顧客へのサービスレベルを保証する式であり、顧客の需要に対する機会損失量の上限制約を表している。

GSCNDA<sub>2</sub>では、1本の目的関数、変数の0-1条件、非負条件および上限制約を除く4本の制約式、11種類の集合、5種類の変数、4種類の確率変数、および11種類のパラメータを使用している。

#### 4. おわりに

近年、非常に多くのレジリエンスとリスクを考慮したサプライチェーンネットワーク設計問題の研究が行われている。レジリエンスとリスクを考慮したサプライチェーンネットワーク設計問題は非常に複雑なモデルとなり、現実の条件を付加するたびに一層複雑化していく傾向にある。しかしながら、数理モデルの視点からは、解法やアルゴリズムで異なる性質を持たなければ、同じ性質をもつパラメータ、変数、制約式は、極力、まとめて集約して表現し、モデルの構造が明確になるような定式化を示すべきであると考えられる。

本研究では、佐藤らとSabouhiらによるサプライチェーンネットワーク設計モデルを取り上げ、これらの定式化を示すとともに、ノード・アーク設計モデルとアーク設計モデルに集約した定式化を示した。これらの定式化により、多くの変数や制約式をもつ定式化を、モデルのもつ前提や性質を失うことなく整理されたコンパクトな定式化として表現できることを示した。一般的に、大規模モデルを解く際にはパスフローを生成する列生成法が用いられることが多いため、パスフロー変数を用いたモデルの定式化が必要である。

本研究は科学研究費基盤研究C（課題番号23K04273）による成果の一部である。

#### 参考文献

- Aldrighetti, R., D. Battini, D. Ivanov, I. Zennaro. 2021. Costs of resilience and disruptions in supply chain network design models: a review and future research directions. *International Journal of Production Economics* **235**.
- Baryannis, G., S. Validi, S. Dani, G. Antoniou. 2019. Supply chain risk management and artificial intelligence: State of the art and future research directions. *International Journal of Production Research* **57** 2179-2202.
- Bier, T., A. Lange, C. H. Glock. 2020. Methods for mitigating disruptions in complex supply chain structures: A systematic literature review. *International Journal of Production Research* **58** 1835-1856.
- Dolgui, A., D. Ivanov, B. Sokolov. 2018. Ripple effect in the supply chain: An analysis and recent literature. *International Journal of Production Research* **56** 414-430.
- Fattahi, M., K. Govindan, E. Keyvanshokoh. 2017. Responsive and resilient supply chain

- network design under operational and disruption risks with delivery lead-time sensitive customers. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* **101** 176-200.
- Gholami-Zanjani, S. M., M. S. Jabalameli, W. Klibi, M. S. Pishvae. 2021. A robust location-inventory model for food supply chains operating under disruptions with ripple effects. *International Journal of Production Research* **59** 301-324.
- Golan, M.S., L.H. Jernegan, I. Linkov. 2020. Trends and applications of resilience analytics in supply chain modeling: Systematic literature review in the context of the COVID-19 pandemic. I. Linkov, J.H. Lambert, eds., *Environment Systems and Decisions*. Springer, 222-243.
- Hasani, A., H. Mokhtari, M. Fattahi. 2021. A multi-objective optimization approach for green and resilient supply chain network design: A real-life case study. *Journal of Cleaner Production* **278**.
- Hosseini, S., D. Ivanov, A. Dolgui. 2019. Review of quantitative methods for supply chain resilience analysis. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* **125** 285-307.
- Ivanov, D. 2018. Supply chain resilience: Modelling, management, and control. *Structural Dynamics and Resilience in Supply Chain Risk Management*. Springer, 45-89.
- Ivanov, D., A. Dolgui. 2019. Low-Certainty-Need (LCN) supply chains: A new perspective in managing disruption risks and resilience. *International Journal of Production Research* **57** 5119-5136.
- Ivanov, D., A. Dolgui, B. Sokolov, M. Ivanova. 2017. Literature review on disruption recovery in the supply chain. *International Journal of Production Research* **55** 6158-6174.
- Lopez-Castro, L.F., E.L. Solano-Charris. 2021. Integrating resilience and sustainability criteria in the supply chain network design. a systematic literature review. *Sustainability* **13**.
- Oliveira, L.S., R.L. Machado. 2021. Application of optimization methods in the closed-loop supply chain: a literature review. *Journal of Combinatorial Optimization* **41** 357-400.
- Peng, H., N. Shen, H. Liao, H. Xue, Q. Wang. 2020. Uncertainty factors, methods, and solutions of closed-loop supply chain - a review for current situation and future prospects. *Journal of Cleaner Production* **58**.
- Rahman, T., S. K. Paula, N. Shukla, R. Agarwal, F. Taghikhah. 2022. Supply chain resilience initiatives and strategies: A systematic review. *Computers & Industrial Engineering* **170** 108317.
- Sabouhi, F., M.S. Jabalameli, A. Jabbarzadeh, B. Fahimnia. 2020. A multi-cut L-shaped method for resilient and responsive supply chain network design. *International Journal of Produc-*

- tion Research* **58**(24) 7353-7381.
- Shekarian, E. 2020. A review of factors affecting closed-loop supply chain models. *Journal of Cleaner Production* **253**.
- Suryawanshi, P., P. Dutta. 2022. Optimization models for supply chains under risk, uncertainty, and resilience: A state-of-the-art review and future research directions. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* **157** 102553.
- Vali-Siar, M. M., E. Roghanian. 2022. Sustainable, resilient and responsive mixed supply chain network design under hybrid uncertainty with considering COVID-19 pandemic disruption. *Sustainable Production and Consumption* **30** 278-300.
- Xu, S., X. Zhang, L. Feng, W. Yang. 2020. Disruption risks in supply chain management: A literature review based on bibliometric analysis. *International Journal of Production Research* **58** 1-19.
- 佐藤哲也, 紀睿勤, 椎名孝之, 谷水義隆. 2023. 途絶と需要の不確実性を考慮したサプライチェーンネットワークの設計と解法. 日本経営工学会秋季大会予稿集.