《論　文》

入木条件を考慮したネットワーク設計モデルの MIP 近傍探索法

片　山　直　登

1．はじめに

ネットワーク設計モデルは，アーク候補，ノード候補，および品種の需要が与えられたときに，各種費用の合計を最小にするようにアークとノードを選択し，ネットワークを設計する問題であり，条件や前提により様々なモデル（Katayama 2015, Paraskevopoulos et al. 2016, Gendron et al. 2016, Momeni and Sarmadi 2016, Yaghini et al. 2016）が存在する．多品種，アークの容量制約，アーク選択，アークに関する固定費用とフローに関する変動費用を考慮した最も基本的な問題は，容量制約をもつ多品種流ネットワーク設計問題として，多くの研究がなされている．この問題に対して，Katayama（2020）は列生成法，容量スケーリング法，限定した分枝限定法と MIP 近傍探索法を組み合わせた解法を提案して，精度が高い近似解を短時間で算出できることを示している．

入木条件は，同一の終点をもつ需要のフローがこの終点を根とする入木を形成することを表している．現実の物流ネットワークでは，同一の着地をもつ荷物は途中の配送施設で分離されることなく同一の後続の配送施設宛に出荷されるため，このような入木条件が考慮されることが一般的である．一方，インターネットなどの通信ネットワークでは，混雑状況などに応じて，適切と思われるルータに適時配分されるため，入木条件を考慮しないことが一般的である．

同一終点をもつフローが入木となることを考慮する問題に対する研究はそれほど多くはない．入木条件は，従来から Less-than-Truckload（LTL）ネットワーク設計問題で考慮されてきた．LTL に対しては，Crainic and Roy（1992）は集合被覆問題を用いた定式化と解法を提案し，Crainic and Roy（1988）は LTL ネットワーク問題のレビューを行っている．また，Roy and Delorme（1989）は NETPLAN モデルと事例分析，

Roy and Crainic（1992）は事例解説を行っている．入木条件を考慮したネットワーク設計問題に対して，Powell and Sheffi（1983, 1989）はアド・ドロップ型のヒューリスティクス，Powell and Koskosidis（1992）は勾配を用いたローカルサーチ法と最低便数制約に対するLagrange緩和法を提案している．また，Jarrah et al.（2009）は大規模なLTLネットワークモデルに対して，スロープスケーリング法と積合せ計画の弱い定式化に対する木生成法を示している．Farvolden and Powell（1994）はアド・ドロップ法と劣勾配法を組み合わせた解法，Hoppe et al.（1999）はラベリング・アド・ドロップ型ヒューリスティクス，片山（2002）はLagrange緩和法を提案している．Erera et al.（2012）は整数計画法に基づく大規模近傍探索を用いた繰返し改善法を示している．片山（2013）が入木条件を考慮した問題に対してCPLEXを用いた直接解法，片山（2016）が入木生成法の考えを示している．

本研究では，ネットワーク上を流れるフローが終点への入木となる入木条件を考慮した容量制約をもつネットワーク設計モデル（TND）を対象とする．このモデルに対するアークフローおよびパスフローを用いた定式化を示し，この定式化に対してパスフローに対する列生成法と容量スケーリングを適用可能であることを示し，限定した分枝限定法とMIP近傍探索法を組み合わせた解法を示し，数値実験により定式化と近似解法の有効性を示す．

2．定式化

2.1　前提条件と定義

はじめに，TNDの前提条件を示す．

- ノード集合が与えられる．
- 向きをもつアーク候補集合が与えられる．
- 品種集合と需要が与えられる．品種は異なる始点・終点をもち，始点・終点の対で表す．
- アークごとに一定の容量が与えられる．
- アーク上を流れるフロー量は，アーク容量以下である．
- 同一の終点をもつ品種のフローは，終点を根とする入木上を流れる．
- アークには固定費用が与えられる．
- アーク上を移動するフローに対して，同一終点ごとの単位当たりのフロー費用が与えられる．
- フローに関する変動費用とアークに関する固定費用の総和を最小化するアーク上のアークおよび入木フローを求める．

次に，TNDで使用する集合とパラメータを示す．

- N：ノード集合
- A：アーク集合
- D：品種の終点集合
- O^d：終点を d とする品種の始点集合
- N_n^+：ノード n を終点とするアークの始点であるノード集合
- N_n^-：ノード n を始点とするアークの終点であるノード集合
- P^{od}：始点を o，終点を d とする品種の取りうるパス集合
- P：取りうるパス集合
- c_{ij}^d：終点を d とするアーク (i,j) 上の単位当たりのフロー費用
- f_{ij}：アーク (i,j) 上のアークに対するデザイン費用
- b_{ij}：アーク (i,j) 上のアーク容量
- q^{od}：始点を o，終点を d とする品種の需要量
- δ_{ij}^p：パス p にアーク (i,j) が含まれるとき 1，そうでないとき 0 を表す定数

最後に，TND で使用する変数を示す．

- x_{ij}^{od}：品種 (o,d) がアーク (i,j) 上を流れる比率を表すアークフロー変数
- z_p^{od}：品種 (o,d) がパス p 上を流れる比率を表すパスフロー変数
- y_{ij}：アーク (i,j) 上にアークが割り当てられるとき 1，そうでないとき 0 であるデザイン変数
- t_{ij}^d：終点を d とする品種の入木がアーク (i,j) を含むとき 1，そうでないとき 0 である入木変数

ここで x_{ij}^{od} と z_p^{od} は連続変数として用いているが，0−1変数とすることも可能である．

2.2　アークフローによる定式化

はじめに，TND のアークフローを用いた定式化 AF を示す．

AF：

$$\min \quad \sum_{(i,j)\in A}\sum_{d\in D}\sum_{o\in O^d} q^{od}c_{ij}^d x_{ij}^{od} + \sum_{(i,j)\in A} f_{ij}y_{ij} \tag{1}$$

subject to

$$\sum_{i\in N_n^+} x_{in}^{od} - \sum_{j\in N_n^-} x_{nj}^{od} = \begin{cases} -1 & if\ n=o \\ 1 & if\ n=d \\ 0 & otherwise \end{cases} \qquad \forall n\in N, o\in O^d, d\in D, \tag{2}$$

$$\sum_{d\in D}\sum_{o\in O^d} q^{od}x_{ij}^{od} \le b_{ij}y_{ij} \quad \forall (i,j)\in A, \tag{3}$$

$$x_{ij}^{od} \le t_{ij}^d \quad \forall o\in O^d, d\in D, (i,j)\in A, \tag{4}$$

$$t_{ij}^d \le y_{ij} \quad \forall d \in D, (i,j) \in A, \tag{5}$$

$$\sum_{j \in N_i^+} t_{ij}^d \le 1 \quad \forall i \in N, d \in D, \tag{6}$$

$$x_{ij}^{od} \ge 0 \quad \forall o \in O^d, d \in D, (i,j) \in A, \tag{7}$$

$$t_{ij}^d \in \{0,1\} \quad \forall d \in D, (i,j) \in A, \tag{8}$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A. \tag{9}$$

(1)式は目的関数であり，フロー費用とデザイン費用の総和を最小化する．(2)式はアークフロー保存式であり，ノードに流入するフロー比率と流出するフロー比率の差が，品種 k の始点であれば－1，終点であれば1，その他のノードであれば0であることを表す．この式は，各品種について，必ず始点から終点まで需要が移動することを保証する．(3)式は，容量制約式である．この式は，アーク（i, j）上にアークが配置されるときにアーク上を移動するフロー量の合計はアーク容量以下であり，アークが配置されないときに0であることを表す．(4)式は，アーク上のフロー変数と入木変数の関係式であり，アーク（i, j）上で終点を d とする入木変数が1であるときに限り，アーク（i, j）上で終点を d とする品種のフローが流れることが可能であり，そうでないときには流れることができないことを表す．(5)式は，アークのデザイン変数と入木変数の関係式であり，アーク（i, j）上にアークが配置されたときに限り，アーク（i, j）上の終点を d とする入木を設定することが可能であり，そうでないときには設定することができないことを表す．(6)式は，特定のノードから出るアークに対して，終点を d とする入木変数値の合計は高々1であることを表す入木条件である．(7)式はアークフロー変数の非負条件，(8)式は入木変数の0－1条件，(9)式はデザイン変数の0－1条件である．

2.3　パスフローによる定式化

次に，アーク候補集合 A とパスフロー集合 P が与えられたとき，TND 問題のパスフローを用いた定式化 $PF(A, P)$ を示す．

$PF(A,P)$：

$$\min \quad \sum_{(i,j)\in A} \sum_{d \in D} \sum_{o \in O^d} q^{od} c_{ij}^d \sum_{p \in P^{od}} \delta_{ij}^p z_p^{od} + \sum_{(i,j)\in A} f_{ij} y_{ij} \tag{10}$$

subject to

$$(\lambda^{od}) \qquad \sum_{p \in P^{od}} z_p^{od} = 1 \quad \forall o \in O^d, d \in D, \tag{11}$$

$$(\pi_{ij}) \qquad \sum_{d\in D}\sum_{o\in O^d}\sum_{p\in P^{od}} q^{od}\delta_{ij}^{p} z_p^{od} \le b_{ij}y_{ij} \quad \forall (i,j)\in A, \tag{12}$$

$$(\sigma_{ij}^{od}) \qquad \sum_{p\in P^{od}} \delta_{ij}^{p} z_p^{od} \le t_{ij}^{d} \quad \forall o\in O^d, d\in D, (i,j)\in A, \tag{13}$$

$$t_{ij}^{d} \le y_{ij} \quad \forall d\in D, (i,j)\in A, \tag{14}$$

$$\sum_{j\in N_i^+} t_{ij}^{d} \le 1 \quad \forall i\in N, d\in D, \tag{15}$$

$$z_p^{od} \ge 0 \quad \forall p\in P^{od}, o\in O^d, d\in D, \tag{16}$$

$$t_{ij}^{d} \in \{0,1\} \quad \forall d\in D, (i,j)\in A, \tag{17}$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j)\in A. \tag{18}$$

(10)式は目的関数であり，フロー費用とデザイン費用の総和を最小化する．(11)式は，品種（o, d）のパスフロー変数の合計が 1 となることを表すパスフロー保存式である．(12)式はアーク容量制約式であり，(13)式は入木変数とパスフロー変数の関係を表す強制制約式である．(14)式は入木変数とデザイン変数の関係を表す強制制約式である．(15)式は，特定のノードから出るアークに対して，終点を d とする入木変数値の合計は高々 1 であることを表す入木条件である．(16)式はパスフロー変数の非負条件，(17)式は入木変数の0－1条件，(18)式はデザイン変数の0－1条件である．

なお，式の左端の括弧内の変数は，$PF(A, P)$ を線形緩和した線形計画問題における各制約式に対する双対変数である．

- λ^{od}：(11) 式の品種 (o,d) に対する双対変数
- π_{ij}：(12) 式のアーク (i,j) に対する非負の双対変数
- σ_{ij}^{od}：(13) 式のアーク (i,j)，品種 (o,d) に対する非負の双対変数

3．列生成法と容量スケーリング法

3.1　列生成法

PF において，(17)式と (18)式を連続緩和した問題 PFL を解くことを考える．PFL ではパスフロー変数は指数オーダー個存在する．そのため，実際に解く際には，基底に入るようなパスフロー変数を適時生成する列生成法が用いられる．列生成法を行う際には，列である変数に対する被約費用が必要となる．

z_p^{od}に対する被約費用を τ_p^{od}とすると，τ_p^{od} は次のようになる．

$$\tau_p^{od} = \sum_{(i,j)\in A} \delta_{ij}^p \left(q^{od} c_{ij}^d + q^{od} \pi_{ij} + \sigma_{ij}^{od} \right) - \lambda^{od} \quad \forall p \in P^{od}, o \in O^d, d \in D. \tag{19}$$

π および σ が与えられたときに，τ_p^{od} の値が負となるパスフロー変数を見つけることは，アークの長さを $q^{od}c_{ij}^d + q^{od}\pi_{ij} + \sigma_{ij}^{od}$ としたネットワーク上で，始点 o と終点 d 間のパスの中で長さが λ^{od} 未満であるパスを求めることに相当する．始点 o と終点 d 間のパスの中で長さが最小のパスを見つけたとき，その長さが λ^{od} 以上であれば被約費用が負であるパスが存在しないことになり，λ^{od} 未満であれば新たなパスが見つかったことになる．

そのため，品種（o, d）ごとの価格付け問題である次のような最短経路問題 SP^{od} を解き，目的関数値が負となるパスフロー変数を求めればよい．

SP^{od}:

$$\min \quad \sum_{p\in P^{od}} \sum_{(i,j)\in A} \delta_{ij}^p \left(q^{od} c_{ij}^d + q^{od} \pi_{ij} + \sigma_{ij}^{od} \right) z_p^{od} - \lambda^{od} \tag{20}$$

subject to

$$\sum_{p\in P^{od}} z_p^{od} = 1, \tag{21}$$

$$z_p^{od} \geq 0 \quad \forall p \in P^{od}. \tag{22}$$

3.2　容量スケーリング法

容量スケーリング法は，多様なアーク容量をもつネットワーク設計問題に対して適切な解を算出することができることが示されている．PF はアーク容量をもつネットワーク設計問題であるので，容量スケーリング法を適用することにより，近似解に含まれるであろうデザイン変数を限定し，問題の縮小化をはかる．

PF に対する容量スケーリング法は，容量制約をもつネットワーク設計問題やアセットバランスを考慮したネットワーク設計問題に対する容量スケーリング法と同一の考えで実施することができる．容量スケーリング法の詳細は Katayama et al.（2009）を参照のこと．

PF に対する容量スケーリング法で，緩和問題 PFL において，アーク変数の緩和解 $\bar{y}$ を用いて，アーク容量 b を次のようにスケーリングする．

$$b_{ij} := \alpha b_{ij} \bar{y}_{ij} + (1-\alpha) \bar{y}_{ij} \quad \forall (i,j) \in A. \tag{23}$$

ここで，α は 0 から 1 のスケーリングパラメータである．

容量スケーリング法において，0 または 1 に収束しないデザイン変数の数が決められた数 γ 以下となるまで，容量スケーリングを繰り返す．この際，0 に収束したデザイン

変数は，最適解または良解に含まれる可能性が低いと考えられるので，これに対応するアークを候補から除外する．

容量スケーリング法により 0 に収束したアークを除外したアーク集合を $\bar{A}$ とおく．また，容量スケーリング法においてもパス変数に対する列生成を行い，容量スケーリング法の終了時までに得られたパス集合を $\bar{P}$ とおく．

4．近似解法

4．1　限定した分枝限定法

容量スケーリング法において限定されたアーク集合 $\bar{A}$ と容量スケーリング法の終了時に得られているパス集合 $\bar{P}$ に対する問題 $PF(\bar{A},\bar{P})$ を考える．この問題は0－1変数を含む最適化問題ではあるが，アーク集合とパス集合が限定されているため，相対的に解き易い問題となる．そこで，計算時間の条件を設けて，汎用の最適化ソルバーを用いて実行可能解 $\tilde{y}$ および $\tilde{t}$ を算出する．

限定した分枝限定法により実行可能解が求められた場合，$\tilde{y}$ と $\tilde{t}$ の値にデザイン変数を固定した AF を解く．これは，$PF(\bar{A},\bar{P})$ では，パスフロー変数が限定されているため，必ずしも $\tilde{y}$ と $\tilde{t}$ に対する最適なフローを求めることができないためである．この問題は，0－1変数が固定されている多品種フロー問題であり，線形計画問題となり，容易に解くことができる．この解における AF の目的関数値は TND の上界値となり，これを上界値 UB とおく．

計算時間内に実行可能解が求められないか，$PF(\bar{A},\bar{P})$ が実行可能解を持たなければ，$\bar{A}$ に含まれるアークに関するデザイン変数 $\tilde{y}$ を 1，そうでないデザイン変数 $\tilde{y}$ を 0 としたものをデザイン変数 y の暫定解とし，上界値 UB を ∞ とする．

なお，限定した分枝限定法の詳細は，片山（2017）を参照のこと．

4．2　MIP 近傍探索法

AF に対して，MIP 近傍探索法を適用する．MIP 近傍探索法は，MIP ソルバーを用いて暫定解に関する近傍制約を付加した問題を繰り返し解く近似解法である．ここでは，0－1変数のうち，アークデザイン変数である y のみを対象とする．なお，MIP 近傍探索法の詳細は，片山（2017）を参照のこと．

前節で求めた近似解 $\tilde{y}$ を初期の暫定解とし，暫定解の近傍を探索していく．はじめに，AF に次の制約式を追加する．

$$\sum_{(i,j)\in A|\tilde{y}_{ij}=1} y_{ij} \leq L-1. \tag{24}$$

ここで，L は暫定解 $\tilde{y}$ において値が 1 となるデザイン変数の数である．(24)式は，暫定

解において1であるデザイン変数のうち少なくとも1つの変数の値を変更することを表しており，実行可能領域から暫定解を排除することができる．

続いて，AF に次の M 近傍を与える制約式を追加する．

$$\sum_{(i,j)\in A|\tilde{y}_{ij}=1} y_{ij} \geq L - M. \tag{25}$$

(25)式は，暫定解において1であるデザイン変数の値を高々 M 個を変更することを表す．M は正の整数で近傍の範囲である．M が大きければ，条件を付加した AF の実行可能領域は広くなるため，良い解を算出できる可能性があるが計算時間内で算出できない可能性が高くなる．一方，M が小さければ実行可能領域は狭くなるため，相対的に短時間で実行可能解を探索できる可能性が高まることになる．

加えて，現在までの最良の上界値 UB を用いた次の式も追加する．

$$\varPhi \leq UB - \Delta. \tag{26}$$

ここで，Δ は正の微小数である．

(25)式と（26)式により探索済みの解および暫定解を排除し，解の循環を防ぐことができる．なお，現在までの最良値よりも良い上界値が存在しなければ，問題は実行不可能となる．$\tilde{y}$ が与えられたとき，AF に（24)式から（26)式を加えた問題を $AF_{mip}(\tilde{y})$ とおく．

制限時間 T_{mip} を設け，MIP ソルバーを用いて $AF_{mip}(\tilde{y})$ を解く．実行可能解が得られた場合は，改善された解が探索されたことになり，得られた解を新たな暫定解 $\tilde{y}$ とする．続いて，追加した3本の制約式を削除して，更新された暫定解に対応する3本の制約式を追加した $AF_{mip}(\tilde{y})$ を生成し，近傍探索を繰り返す．実行不可能であることが判明した場合は，M 近傍において暫定解よりも良い解が無いと判断できたことになり，探索を終了する．

一方，計算時間内に暫定解より良い解を算出することができず，暫定解が更新されない場合は，計算時間内で実行不可能とは判断できないが実行可能解も算出できていない状態である．そこで，$M := \lfloor M/\beta \rfloor$ として M を減少させ，探索範囲を縮小する．ここで，$\beta\,(>1)$ は M の変更基準である．これにより，計算時間内で実行可能解を算出できるまたは実行不可能と判断できる可能性が高まることになる．$M > 0$ である間，同様の探索を繰り返す．

5．数値実験

容量制約をもつネットワーク設計問題で用いられるベンチマーク問題であるC問題

の31問および R 問題の81問（Crainic et al. 2001）に対して，数値実験を行った．なお，C 問題ではノード数100のインスタンス，R 問題では r01から r09を除いたインスタンスを対象とする．

数値実験で使用・設定した機器等は以下の通りである．

- 使用 OS および言語：UBUNTU 18，C++
- 最適化ソルバー：Gurobi 9
- CPU AMD Ryzen7 1800X 3.6GHz 8Cores，RAM 64GByte
- 使用コア数：容量スケーリング 1 コア，MIP 近傍探索 8 コア

また，数値実験で使用した設定したパラメータは以下の通りである．

- スケーリングパラメータ α：0〜0.5
- スケーリング法の終了判定アーク数 γ：200
- 近傍 M：20
- 近傍 M の変更基準 β：2
- 限定された分枝限定法，1 回の MIP 近傍探索法の計算時間の上限 T：100 秒，200 秒

近似解の誤差を算出するために，MIP ソルバーである Gurobi により，定式化 AF を30時間解いて下界値を算出し，同時に上界値も算出した．

C 問題に対しては，1 回の限定した分枝限定法および近傍探索における MIP ソルバー計算時間の上限 T を100秒とした MIP100，200秒とした MIP200に加え，スケーリングパラメータ α を変化させた中での最良値で，T を100秒とした MIPB100，200秒とした MIPB200の結果を示す．

MIP100および MIP200における容量スケーリング法のスケーリングパラメータ α を表 1 に示す．表 2 に C 問題に対する上界値の平均誤差を示す．誤差（Gaps）は「(各解法の上界値－下界値）/ 下界値」とし，平均誤差はこれらの平均値である．Gurobi の平均誤差は1.35% であった．また，MIP100の平均誤差は1.54%，MIP200の平均誤差は1.46% であり，MIPB100の平均誤差は1.41%，MIPB200の平均誤差は1.28% であった．Gurobi との差は，MIP100で0.19%，MIP200では0.11%，MIPB100では0.06% であった．また，MIPB200は Gurobi よりも0.07% 良い結果となっている．

表 3 に，C 問題に対する下界値または最適値（LB/OPT），Gurobi による上界値，および容量スケーリング・MIP 近傍探索法における個別のインスタンスの上界値を示す．なお，インスタンスの N/A/K/FC は，それぞれノード数，アーク数．品種数，デザイン費用の高（F）低（V），アーク容量の大（L）小（T）である．また，斜体は最適値，太字体は最良値を表す．最適値を除く最良値は，Gurobi が 6 インスタンス，MIPB200

が17インスタンスを算出しており，Gurobi よりも MIPB200は良い解を算出できている．ただし，MIPB200では適切なスケーリングパラメータを調整する必要がある．

表４にＣ問題に対する個別のインスタンスの誤差を示す．品種40のインスタンスは，いずれの解法でも最適値を求めることができている．品種100のインスタンスでアーク容量大の場合，最適値またはそれに近い値を算出できている．一方，品種200または400のインスタンスで，デザイン費用が高い場合，誤差が大きくなっている．

表５にＣ問題に対する平均計算時間を示す．Gurobi の最大計算時間は30時間であるため，最適値を求めることができないインスタンスでは計算時間は30時間となることから，Gurobi の平均計算時間は74764秒となっている．MIP100の平均計算時間は616秒，MIPB100の平均誤差は608秒であり，10分程度となっている．また，MIP200の平均計算時間は1370秒，MIPB100の平均誤差は1378秒であり，23分程度となっている．入木条件を考慮しない問題と比べて大きな計算時間が必要となるが（片山 2017），これは入木条件を考慮しない問題ではアークのデザイン変数のみが0－1変数であり，一方，TND ではアークのデザイン変数に加え，入木変数も0－1変数であることが要因である．

表６に個別のインスタンスの計算時間を示す．Gurobi の最大計算時間を30時間としているため，最適値を求めることができないインスタンスの計算時間は108000秒となっている．MIP の計算時間は，おおむね品種数に比例している．

R 問題の r10から r18は，ノード数20のインスタンスである．r10から r12はアーク数120，r13から r15はアーク数220，r16から r18はアーク数315である．r10，r13，r16は品種数40であり，r11，r14，r17は品種数100，r12，r15，r18は品種数200である．また，C1は容量の大きい，C8は容量の小さいインスタンスであり，F01はデザイン費用が安い，F10はデザイン費用が高いインスタンスである．

表７にＲ問題に対する上界値の平均誤差を示す．ここでは，Gurobi による上界値（Gurobi），スケーリングパラメータを変化させた中の最良値である MIPB100と MIPB200の結果を示す．Gurobi の平均誤差は1.95%，MIPB100の平均誤差は2.40%，MIPB200の平均誤差は2.19% であった．Gurobi との差は，MIPB100で0.45%，MIPB200では0.24% であった．

表８および９に，Ｒ問題に対する個別のインスタンスの上界値を示す．なお，斜体は最適値，太字体は最良値を表す．最適値を除く最良値は，Gurobi が22インスタンス，MIPB200が12インスタンスを算出している．

表10および11に，Ｒ問題に対する個別のインスタンスの誤差を示す．C8に属するインスタンスの誤差が大きくなっているが，これらは得られた近似解が悪いことに加え，下界値も悪いことが考えられる．特に，r15-C8-F01の誤差は，Gurobi では23.75%，MIPB100と MIPB200では38.18% と非常に大きなものとなっている．限定された分枝限定法の初期解は線形緩和解に依存する．このため，r15-C8-F01のような最適解が線形緩

和解と大きく異なるインスタンスに対しては課題が残る．なお，r15-C8-F01を除くと，Gurobi の平均誤差は1.68%，MIPB100では1.98%，MIPB200では1.78% であり，Gurobi と MIP の差は0.1% から0.3% にとどまっている．

表12に R 問題に対する平均計算時間を示す．Gurobi の最大計算時間は30時間であり，最適値を求めることができないインスタンスが多いため，平均計算時間は47322秒となっている．MIPB100の平均計算時間は498秒，MIPB100の平均誤差は1138秒である．

表13および14に個別のインスタンスの計算時間を示す．Gurobi の最大計算時間を30時間としているため，最適値を求めることができないインスタンスの平均計算時間は108000秒となっている．

6．おわりに

本研究では，同一終点をもつフローに対する入木条件をもち，アークに容量制約をもつネットワーク設計問題に対して，列生成法，容量スケーリング法，限定した分枝限定法，および MIP ソルバーによる近傍探索を組み合わせた MIP 近傍探索法を提案した．また，ベンチマーク問題である C 問題および R 問題に対して，数値実験を行い，汎用ソルバーによる解との比較を行った．C 問題では，汎用の最適化ソルバーを用いて長時間解く場合よりも優れた解を算出することができた．R 問題では，一部のインスタンスを除けば，汎用の最適化ソルバーを用いて長時間解く場合と同等の解を算出することができた．しかしながら，MIP 近傍探索法では入木変数を含む最適化問題を制限時間内で解く必要があるため，小規模な問題であっても多くの計算時間が必要となっている．さらに最適解が線形緩和解と大きく異なるようなインスタンスでは，良い解が得られない場合があり，さらなる解法の改良が必要である．

本研究は科学研究費基盤研究 C（課題番号17K01268）による成果の一部である．

表１：Scaling Parameters for Number of Commodities of C-Category Problems（%）

	40	100	200	400
MIP100	0.09	0.09	0.26	0.26
MIP200	0.28	0.19	0.24	0.46

表２：Average Gaps for C-Category Problems（%）

Gurobi	MIP100	MIP200	MIPB100	MIPB200
1.35	1.54	1.46	1.41	1.28

参考文献

Crainic, T. G., A. Frangioni, B. Gendron. 2001. Bundle-based relaxation methods for multicommodity capacitated fixed charge network design problems. *Discrete Applied Mathematics* **112** (1-3) 73-99.

Crainic, T. G., J. Roy. 1988. OR tools for tactical freight transportation planning. *European journal of Operational Research* **33** 290-297.

Crainic, T. G., J. Roy. 1992. Design of regular intercity driver routes for the LTL motor carrier industry. *Transportation Science* **26** 280-295.

Erera, A., M. Hewitt, M. Savelsbergh, Y. Zhang. 2012. Improved load plan design through integer programming based local search. *Transportation Science* 1-16.

Farvolden, J. M., W. B. Powell. 1994. Subgradient methods for the service network design problem. *Transportation Science* **28** (3) 256-272.

Gendron, B., S. Hanif, R. Todosijević. 2016. An efficient matheuristic for the multicommodity fixed-charge network design problem. *IFAC-PapersOnLine* **49** (12) 117-120.

Hoppe, B., E. Z. Klampfl, C. McZeal, J. Rich. 1999. Strategic load-planning for less-than-truckload trucking. Tech. Rep. CRPC-TR99812-S, Center for Research on Parallel Computation, Rice University.

Jarrah, A. I., E. Johnson, L. C. Neubert. 2009. Large-scale, less-than-truckload service network design. *Operations Research* **57** (3) 609-625.

Katayama, N. 2015. A combined capacity scaling and local branching approach for capacitated multi-commodity network design problem. *Far East Journal of Applied Mathematics* **92** (1) 1-30.

Katayama, N. 2020. MIP neighborhood search heuristics for a capacitated fixed-charge network design problem. *Asia-Pacific Journal of Operational Research* **37** (3).

Katayama, N., M. Z. Chen, M. Kubo. 2009. A capacity scaling procedure for the multi-commodity capacitated network design problem. *Journal of Computational and Applied Mathematics* **232** (2) 90-101.

Momeni, M., M. Sarmadi. 2016. A genetic algorithm based on relaxation induced neighborhood search in a local branching framework for capacitated multicommodity network design. *Networks and Spatial Economics* **16** (2) 447-468.

Paraskevopoulos, D. C., T. Bekta¸s, T. G. Crainic, C. N. Potts. 2016. A cycle-based evolutionary algorithm for the fixed-charge capacitated multi-commodity network design problem. *European Journal of Operational Research* **253** (2) 265-279.

Powell, W. B., I. A. Koskosidis. 1992. Shipment routing algorithms with tree constraints. *Transportation Science* **26** (3) 230-245.

Powell, W. B., Y. Sheffi. 1983. The load planning problem of motor carriers: Problem description and a proposed solution approach. *Transportation Research A* **17** 471-480.

Powell, W. B., Y. Sheffi. 1989. Design and implementation of an interactive optimization system for network design in the motor carrier industry. *Operations Research* **37** 12-29.

Roy, J., T. G. Crainic. 1992. Improving intercity freight routing with a tactical planning model. *Interfaces* **22** 31-44.

Roy, J., L. Delorme. 1989. NETPLAN: A network optimization model for tactical planning in the less-than-truckload motor-carrier industry. *INFOR* **27** 22-35.

Yaghini, M., M. Karimi, M. Rahbar, M. H. Sharifitabaro. 2016. A cutting-plane neighborhood structure for fixed-charge capacitated multicommodity network design problem. *INFORMS Journal on Computing* **27**（1）45-58.

片山直登 . 2002. 共同輸送ネットワーク設計問題に対する Lagrange 緩和法 . 流通情報学部紀要 **6**（2）81-91.

片山直登 . 2013. フロー木条件を考慮した容量制約をもつネットワーク設計問題 . 流通情報学部紀要 **17**（2）21-34.

片山直登 . 2016. フロー木条件を考慮した容量制約をもつネットワーク設計問題のための木生成法 . 流通経済大学流通情報学部紀要 **21**（1）1-17.

片山直登 . 2017. 容量制約をもつネットワーク設計問題に対する MIP 近傍探索法 . 流通経済大学流通情報学部紀要 **22**（1）1-18.

表３：Results for C-Category Problems

N/A/K/FC	LB/OPT	Gurobi	MIP100	MIP200	MIPB100	MIPB200
20/230/040/V/L	423933	*423933*	*423933*	*423933*	*423933*	*423933*
20/230/040/V/T	398870	*398870*	*398870*	*398870*	*398870*	*398870*
20/230/040/F/T	669512	*669512*	*669512*	*669512*	*669512*	*669512*
20/230/200/V/L	94766	*94766*	94789	94789	94789	94789
20/230/200/F/L	138565	*138565*	139416	139402	139018	138863
20/230/200/V/T	98634	**98770**	99262	99233	98972	98799
20/230/200/F/T	135482	138811	138108	**138048**	138108	**138048**
20/300/040/V/L	430253	*430253*	*430253*	*430253*	*430253*	*430253*
20/300/040/F/L	597059	*597059*	*597059*	*597059*	*597059*	*597059*
20/300/040/V/T	501889	*501889*	*501889*	*501889*	*501889*	*501889*
20/300/040/F/T	645830	*645830*	*645830*	*645830*	*645830*	*645830*
20/300/200/V/L	74685	75866	76256	76306	76032	**75854**
20/300/200/F/L	114099	118408	118696	**118122**	118217	**118122**
20/300/200/V/T	75515	76581	76753	76818	76702	**76538**
20/300/200/F/T	106735	109962	110032	110342	109781	**109711**
30/520/100/V/L	54515	*54515*	54531	54531	*54515*	*54515*
30/520/100/F/L	93574	**95877**	96391	96350	96232	96136
30/520/100/V/T	53807	**53959**	54003	**53959**	**53959**	**53959**
30/520/100/F/T	97147	**99278**	99863	99718	99303	**99278**
30/520/400/V/L	112409	114682	115209	114820	115125	**114496**
30/520/400/F/L	148049	151468	151553	151260	151478	**151153**
30/520/400/V/T	114729	116800	117002	116917	116884	**116764**
30/520/400/F/T	150900	155846	156835	155428	156205	**155339**
30/700/100/V/L	47883	*47883*	*47883*	*47883*	*47883*	*47883*
30/700/100/F/L	59814	60818	60826	60933	60826	**60792**
30/700/100/V/T	47513	**47776**	47790	47790	47778	**47776**
30/700/100/F/T	56129	**56852**	57026	56927	56908	56858
30/700/400/V/L	97217	99010	99243	99243	99036	**98854**
30/700/400/F/L	131722	137157	137876	137619	137855	**136995**
30/700/400/V/T	94649	96784	96934	96905	96777	**96608**
30/700/400/F/T	128223	132460	132823	132684	132481	**132131**

表４：Gaps for C-Category Problems（%）

N/A/K/FC	Gurobi	MIP100	MIP200	MIPB100	MIPB200
20/230/040/V/L	*0.00*	*0.00*	*0.00*	*0.00*	*0.00*
20/230/040/V/T	*0.00*	*0.00*	*0.00*	*0.00*	*0.00*
20/230/040/F/T	*0.00*	*0.00*	*0.00*	*0.00*	*0.00*
20/230/200/V/L	*0.00*	0.02	0.02	0.02	0.02
20/230/200/F/L	*0.00*	0.61	0.60	0.33	0.22
20/230/200/V/T	**0.14**	0.64	0.61	0.34	0.17
20/230/200/F/T	2.46	1.94	**1.89**	1.94	**1.89**
20/300/040/V/L	*0.00*	*0.00*	*0.00*	*0.00*	*0.00*
20/300/040/F/L	*0.00*	*0.00*	*0.00*	*0.00*	*0.00*
20/300/040/V/T	*0.00*	*0.00*	*0.00*	*0.00*	*0.00*
20/300/040/F/T	*0.00*	*0.00*	*0.00*	*0.00*	*0.00*
20/300/200/V/L	1.58	2.10	2.17	1.80	**1.57**
20/300/200/F/L	3.78	4.03	**3.53**	3.61	**3.53**
20/300/200/V/T	1.41	1.64	1.73	1.57	**1.35**
20/300/200/F/T	3.02	3.09	3.38	2.85	**2.79**
30/520/100/V/L	*0.00*	0.03	0.03	*0.00*	*0.00*
30/520/100/F/L	**2.46**	3.01	2.97	2.84	2.74
30/520/100/V/T	**0.28**	0.36	**0.28**	**0.28**	**0.28**
30/520/100/F/T	**2.19**	2.80	2.65	2.22	**2.19**
30/520/400/V/L	2.02	2.49	2.14	2.42	**1.86**
30/520/400/F/L	2.31	2.37	2.17	2.32	**2.10**
30/520/400/V/T	1.80	1.98	1.91	1.88	**1.77**
30/520/400/F/T	3.28	3.93	3.00	3.52	**2.94**
30/700/100/V/L	*0.00*	*0.00*	*0.00*	*0.00*	*0.00*
30/700/100/F/L	1.68	1.69	1.87	1.69	**1.63**
30/700/100/V/T	**0.55**	0.58	0.58	0.56	**0.55**
30/700/100/F/T	**1.29**	1.60	1.42	1.39	1.30
30/700/400/V/L	1.84	2.08	2.08	1.87	**1.68**
30/700/400/F/L	4.13	4.67	4.48	4.66	**4.00**
30/700/400/V/T	2.26	2.41	2.38	2.25	**2.07**
30/700/400/F/T	3.30	3.59	3.48	3.32	**3.05**

表５：Average Computation Times for C-Category Problems（Seconds）

Gurobi	MIP100	MIP200	MIPB100	MIPB200
74764	616	1370	608	1378

表６：Computation Times for C-Category Problems（Seconds）

N/A/K/FC	LB/OPT	Gurobi	MIP100	MIP200	MIPB100	MIPB200
20/230/040/V/L	1	1	2	2	1	1
20/230/040/V/T	7	7	8	11	8	11
20/230/040/F/T	8	8	22	23	15	16
20/230/200/V/L	29279	29279	529	1431	529	1431
20/230/200/F/L	95159	95159	591	1480	585	1740
20/230/200/V/T	108000	108000	521	1621	543	1446
20/230/200/F/T	108000	108000	625	1831	625	1825
20/300/040/V/L	0	0	1	1	1	1
20/300/040/F/L	14	14	35	36	34	34
20/300/040/V/T	13	13	16	16	15	16
20/300/040/F/T	7	7	19	19	18	18
20/300/200/V/L	108000	108000	642	1927	815	1475
20/300/200/F/L	108000	108000	629	1733	628	1741
20/300/200/V/T	108000	108000	644	1620	653	1823
20/300/200/F/T	108000	108000	661	1660	617	1815
30/520/100/V/L	33017	33017	522	1211	492	1155
30/520/100/F/L	108000	108000	548	1651	728	1600
30/520/100/V/T	108000	108000	863	1337	591	1164
30/520/100/F/T	108000	108000	717	1737	831	1917
30/520/400/V/L	108000	108000	1049	2062	1062	2067
30/520/400/F/L	108000	108000	1073	2289	972	2290
30/520/400/V/T	108000	108000	1049	2069	1068	2277
30/520/400/F/T	108000	108000	1067	2084	1082	2082
30/700/100/V/L	185	185	590	913	393	793
30/700/100/F/L	108000	108000	739	1856	867	1821
30/700/100/V/T	108000	108000	1009	1466	608	1461
30/700/100/F/T	108000	108000	744	1592	824	1862
30/700/400/V/L	108000	108000	849	2049	926	2106
30/700/400/F/L	108000	108000	1137	2340	1137	2344
30/700/400/V/T	108000	108000	1102	2098	1071	2299
30/700/400/F/T	108000	108000	1101	2302	1102	2100

表７：Average Gaps for R-Category Problems（%）

Gurobi	MIPB100	MIPB200
1.95	2.40	2.19

表 8 ：Results for R-Category Problems

Group	C	F	LB/OPT	Gurobi	MIPB100	MIPB200
		F01	202765	*202765*	*202765*	*202765*
	C1	F05	354167	*354167*	*354167*	*354167*
		F10	500134	*500134*	*500134*	*500134*
		F01	261480	*261480*	*261480*	*261480*
r10	C2	F05	449885	*449885*	*449885*	*449885*
		F10	648477	*648477*	*648477*	*648477*
		F01	1670953	*1670953*	*1670953*	*1670953*
	C8	F05	1903450	*1903450*	*1903450*	*1903450*
		F10	2165361	*2165361*	*2165361*	*2165361*
		F01	743493	*743493*	*743493*	*743493*
	C1	F05	1296953	*1296953*	*1296953*	*1296953*
		F10	1882930	*1882930*	*1882930*	*1882930*
		F01	930960	**939310**	**939310**	**939310**
r11	C2	F05	1678404	1725662	1723535	**1720785**
		F10	2476595	**2550008**	2557301	2563599
		F01	4035590	*4035590*	*4035590*	*4035590*
	C8	F05	4699222	*4699222*	*4699222*	*4699222*
		F10	5366235	*5366235*	*5366235*	*5366235*
		F01	1686733	**1707948**	1720628	1715720
	C1	F05	3420306	**3523324**	3563236	3558831
		F10	5253589	5489115	**5472249**	**5472249**
		F01	2436440	2572693	2580780	**2564110**
r12	C2	F05	4789333	**4959625**	4980058	4976694
		F10	7225220	**7375181**	7384257	7376994
		F01	9769336	*9769336*	*9769336*	*9769336*
	C8	F05	11064657	*11064657*	*11064657*	*11064657*
		F10	12482377	*12482377*	*12482377*	*12482377*
		F01	143036	*143036*	*143036*	*143036*
	C1	F05	264356	*264356*	*264356*	*264356*
		F10	368938	*368938*	*368938*	*368938*
		F01	154548	*154548*	*154548*	*154548*
r13	C2	F05	283471	*283471*	*283471*	*283471*
		F10	413528	*413528*	*413528*	*413528*
		F01	343836	*343836*	345917	345704
	C8	F05	642733	**656708**	667775	660540
		F10	967208	**988223**	1023105	1012710
		F01	406579	*406579*	*406579*	*406579*
	C1	F05	756030	*756030*	*756030*	*756030*
		F10	1072321	*1072321*	*1072321*	*1072321*
		F01	444142	*444142*	*444142*	*444142*
r14	C2	F05	859710	*859710*	861729	*859710*
		F10	1231875	*1231875*	*1231875*	*1231875*
		F01	892372	**931174**	942537	935508
	C8	F05	1930044	**2057259**	2092047	2058947
		F10	3032703	**3153815**	3154183	**3153815**

表 9 ：Results for R-Category Problems

Group	C	F	LB/OPT	Gurobi	MIPB100	MIPB200
r15	C1	F01	1011546	*1011546*	1011619	*1011546*
		F05	1961554	1986290	**1985990**	**1985990**
		F10	2821431	2926595	**2925078**	**2925078**
	C2	F01	1165316	**1176527**	1177531	1176716
		F05	2453359	2575119	**2573985**	2574610
		F10	3764622	**4024340**	4045800	4051971
	C8	F01	3111221	**3850156**	4299214	4182638
		F05	6323547	**6833545**	6955341	6893393
		F10	9273997	**9773696**	9853013	9824290
r16	C1	F01	136161	*136161*	*136161*	*136161*
		F05	239570	*239570*	*239570*	*239570*
		F10	325671	*325671*	*325671*	*325671*
	C2	F01	139552	*139552*	*139552*	*139552*
		F05	243281	*243281*	*243281*	*243281*
		F10	338266	*338266*	*338266*	*338266*
	C8	F01	208419	*208419*	*208419*	*208419*
		F05	414246	*414246*	*414246*	*414246*
		F10	604059	*604059*	*604059*	*604059*
r17	C1	F01	355278	*355278*	*355278*	*355278*
		F05	648745	*648745*	*648745*	*648745*
		F10	912535	*912535*	912561	*912535*
	C2	F01	372592	*372592*	*372592*	*372592*
		F05	711703	*711703*	*711703*	*711703*
		F10	1015437	1036157	**1032608**	**1032608**
	C8	F01	559892	**573947**	575646	574472
		F05	1203001	**1292545**	1314955	1313507
		F10	1902600	2130448	2137598	**2110944**
r18	C1	F01	833085	*833085*	833573	*833085*
		F05	1542676	*1542676*	1543479	1543479
		F10	2181806	**2186864**	2187383	2187441
	C2	F01	920520	932268	930864	**929898**
		F05	1794329	1865389	1861623	**1855248**
		F10	2636468	2770763	2759548	**2749099**
	C8	F01	1641618	**1745910**	1784322	1765294
		F05	4068131	**4431153**	4498201	4448493
		F10	6576775	**7064219**	7152333	7095429

表10：Gaps for C-Category Problems（%）

Group	C	F	Gurobi	MIPB100	MIPB200
r10	C1	F01	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F05	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F10	*0.00*	*0.00*	*0.00*
	C2	F01	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F05	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F10	*0.00*	*0.00*	*0.00*
	C8	F01	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F05	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F10	*0.00*	*0.00*	*0.00*
r11	C1	F01	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F05	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F10	*0.00*	*0.00*	*0.00*
	C2	F01	**0.90**	**0.90**	**0.90**
		F05	2.82	2.69	**2.53**
		F10	**2.96**	3.26	3.51
	C8	F01	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F05	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F10	*0.00*	*0.00*	*0.00*
r12	C1	F01	**1.26**	2.01	1.72
		F05	**3.01**	4.18	4.05
		F10	4.48	**4.16**	**4.16**
	C2	F01	5.59	5.92	**5.24**
		F05	**3.56**	3.98	3.91
		F10	**2.08**	2.20	2.10
	C8	F01	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F05	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F10	*0.00*	*0.00*	*0.00*
r13	C1	F01	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F05	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F10	*0.00*	*0.00*	*0.00*
	C2	F01	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F05	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F10	*0.00*	*0.00*	*0.00*
	C8	F01	*0.00*	0.61	0.54
		F05	**2.17**	3.90	2.77
		F10	**2.17**	5.78	4.70
r14	C1	F01	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F05	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F10	*0.00*	*0.00*	*0.00*
	C2	F01	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F05	*0.00*	0.23	*0.00*
		F10	*0.00*	*0.00*	*0.00*
	C8	F01	**4.35**	5.62	4.83
		F05	**6.59**	8.39	6.68
		F10	**3.99**	4.01	**3.99**

表11：Gaps for R-Category Problems（%）

Group	C	F	Gurobi	MIPB100	MIPB200
r15	C1	F01	*0.00*	0.01	*0.00*
		F05	1.26	**1.25**	**1.25**
		F10	3.73	**3.67**	**3.67**
	C2	F01	**0.96**	1.05	0.98
		F05	4.96	**4.92**	4.94
		F10	**6.90**	7.47	7.63
	C8	F01	**23.75**	38.18	34.44
		F05	**8.07**	9.99	9.01
		F10	**5.39**	6.24	5.93
r16	C1	F01	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F05	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F10	*0.00*	*0.00*	*0.00*
	C2	F01	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F05	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F10	*0.00*	*0.00*	*0.00*
	C8	F01	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F05	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F10	*0.00*	*0.00*	*0.00*
r17	C1	F01	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F05	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F10	*0.00*	0.00	*0.00*
	C2	F01	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F05	*0.00*	*0.00*	*0.00*
		F10	2.04	**1.69**	**1.69**
	C8	F01	**2.51**	2.81	2.60
		F05	**7.44**	9.31	8.92
		F10	11.98	12.35	**10.95**
r18	C1	F01	*0.00*	0.06	*0.00*
		F05	*0.00*	0.05	0.05
		F10	**0.23**	0.26	0.26
	C2	F01	1.28	1.12	**1.02**
		F05	3.96	3.75	**3.40**
		F10	5.09	4.67	**4.27**
	C8	F01	**6.35**	8.69	7.53
		F05	**8.92**	10.57	9.35
		F10	**7.41**	8.75	7.69

表12：Average Computation Times for R-Category Problems（Seconds）

Gurobi	MIPB100	MIPB200
47322	498	1138

表13：Computation Times for R-Category Problems（Seconds）

Group	C	F	LB/OPT	Gurobi	MIPB100	MIPB200
r10	C1	F01	1	1	3	3
		F05	13	13	53	53
		F10	17	17	38	38
	C2	F01	22	22	60	60
		F05	449	449	216	518
		F10	961	961	422	935
	C8	F01	4	4	7	7
		F05	3	3	5	5
		F10	2	2	3	3
r11	C1	F01	1276	1276	434	1218
		F05	39474	39474	649	1673
		F10	44857	44857	626	1471
	C2	F01	108000	108000	805	1804
		F05	108000	108000	715	1815
		F10	108000	108000	905	2013
	C8	F01	376	376	691	1081
		F05	98	98	214	183
		F10	29	29	28	28
r12	C1	F01	108000	108000	708	1824
		F05	108000	108000	1007	2206
		F10	108000	108000	908	2008
	C2	F01	108000	108000	830	1829
		F05	108000	108000	804	1805
		F10	108000	108000	1007	2206
	C8	F01	2	2	14	14
		F05	3	3	10	10
		F10	2	2	6	6
r13	C1	F01	1	1	1	1
		F05	15	15	16	16
		F10	26	26	37	37
	C2	F01	3	3	3	3
		F05	33	33	23	23
		F10	319	319	140	657
	C8	F01	3277	3277	547	1436
		F05	108000	108000	539	1863
		F10	108000	108000	620	2275
r14	C1	F01	38	38	36	36
		F05	1715	1715	352	1155
		F10	3906	3906	635	1332
	C2	F01	417	417	447	939
		F05	27861	27861	629	1403
		F10	18028	18028	588	1145
	C8	F01	108000	108000	802	2002
		F05	108000	108000	805	2005
		F10	108000	108000	806	1806

表14：Computation Times for R-Category Problems（Seconds）

Group	C	F	LB/OPT	Gurobi	MIPB100	MIPB200
r15	C1	F01	35776	35776	676	1932
		F05	108000	108000	748	1540
		F10	108000	108000	758	1655
	C2	F01	108000	108000	817	1808
		F05	108000	108000	1016	2215
		F10	108000	108000	1020	2219
	C8	F01	108000	108000	712	1810
		F05	108000	108000	810	1809
		F10	108000	108000	810	1809
r16	C1	F01	0	0	1	1
		F05	25	25	58	58
		F10	38	38	49	49
	C2	F01	1	1	2	2
		F05	23	23	23	23
		F10	42	42	86	87
	C8	F01	348	348	401	707
		F05	6233	6233	466	1097
		F10	2397	2397	331	1038
r17	C1	F01	14	14	16	16
		F05	568	568	390	796
		F10	17371	17371	813	1162
	C2	F01	118	118	272	237
		F05	9427	9427	727	1397
		F10	108000	108000	720	1369
	C8	F01	108000	108000	704	2206
		F05	108000	108000	1021	2444
		F10	108000	108000	1030	2829
r18	C1	F01	23791	23791	679	1714
		F05	29671	29671	732	1483
		F10	108000	108000	833	1556
	C2	F01	108000	108000	804	1683
		F05	108000	108000	821	2104
		F10	108000	108000	1044	2042
	C8	F01	108000	108000	811	2211
		F05	108000	108000	998	1942
		F10	108000	108000	919	2216