《論　文》

入木条件を考慮したネットワーク設計問題に対する入木生成法

片　山　直　登

1．はじめに

入木条件を考慮したネットワーク設計問題（TND）は，同一の終点をもつ需要のフローがこの終点を根とする入木を形成することを条件とする，多品種フローとアーク容量制約をもつネットワーク設計問題である．現実の物流ネットワークでは，同一の着地をもつ荷物は途中の配送施設で分離されることなく同一の後続の配送施設宛に出荷され，これは入木条件を満たすことを表している．TND に対する研究には，アド・ドロップ法と劣勾配法を組み合わせた解法（Farvolden and Powell 1994），ラベリング・アド・ドロップ型ヒューリスティクス（Hoppe et al. 1999），Lagrange 緩和法（片山 2002），繰返し改善法（Erera et al. 2012），CPLEX を用いた直接解法（片山 2013），入木生成法（片山 2016）がある．また，Jarrah et al.（2009）は大規模な LTL ネットワークモデルに対して，スロープスケーリング法と積合せ計画の弱い定式化に対する木生成法を示している．

本研究では，入木条件を考慮したネットワーク設計問題に対して入木変数を用いた定式化を示し，その線形緩和問題における入木変数の生成方法を提案する．

2．定式化

2.1　前提条件と定義

はじめに，入木を考慮した TND の前提条件を示す．

- ノード集合が与えられる．
- 向きをもつアーク候補集合が与えられる．

- 品種集合と需要が与えられる．品種は異なる始点・終点をもち，始点・終点の対で表す．
- アークごとに一定の容量が与えられる．
- アーク上を流れるフロー量は，アーク容量以下である．
- 同一の終点をもつ品種のフローは，終点を根とする入木上を流れる．
- アークには単位当たりの固定費用が与えられる．
- アーク上を移動するフローに対しては，終点ごとの単位当たりのフロー費用が与えられる．
- フローに関する変動費用とアークに関する固定費用の総和を最小化するアーク上のアークおよび入木フローを求める．

次に，TND で使用する集合とパラメータを示す．

- N：ノード集合
- A：アーク集合
- D：品種の終点集合
- O^d：終点を d とする品種の始点集合
- N_n^+：ノード n を終点とするアークの始点であるノード集合
- N_n^-：ノード n を始点とするアークの終点であるノード集合
- T：全入木集合
- T^d：終点を d とする品種の始点から終点 d への入木で構成される入木の集合
- c_{ij}^d：アーク (i,j) 上の終点を d とする品種の単位当たりのフロー費用
- f_{ij}：アーク (i,j) 上のデザイン費用
- q^{od}：始点を o，終点を d とする品種の需要量
- θ_{ijt}^{od}：入木 t 上において，品種の始点 o から終点 d へのパスにアーク (i,j) が含まれるとき 1，そうでないとき 0 を表す定数

次に，TND で使用する変数を示す．

- y_{ij}：アーク (i,j) 上にアークが割り当てられるとき 1，そうでないとき 0 であるデザイン変数
- z_t^d：終点を d とする品種のすべてのフローが入木 t 上を移動するとき 1，そうでないとき 0 である入木フロー変数

2.2　入木フロー変数を用いた定式化

入木集合を T としたとき，TND に対する入木フロー変数を用いた定式化 $TF(T)$ を示す．

$TF(T)$：

$$\min \sum_{(i,j)\in A} \sum_{d\in D} \sum_{o\in O^d} q^{od} c_{ij}^d \sum_{t\in T^d} \theta_{ijt}^{od} z_t^d + \sum_{(i,j)\in A} f_{ij} y_{ij} \tag{1}$$

subject to

$$(\lambda^d) \qquad \sum_{t \in T^d} z_t^d = 1 \quad \forall d \in D, \tag{2}$$

$$(\pi_{ij}) \qquad \sum_{d \in D} \sum_{o \in O^d} q^{od} \sum_{t \in T^d} \theta_{ijt}^{od} z_t^d \leq b_{ij} y_{ij} \quad \forall (i,j) \in A, \tag{3}$$

$$(\sigma_{ij}^{od}) \qquad \sum_{t \in T^d} \theta_{ijt}^{od} z_t^d \leq y_{ij} \quad \forall o \in O^d, d \in D, (i,j) \in A, \tag{4}$$

$$z_t^d \in \{0,1\} \quad \forall t \in T^d, d \in D, \tag{5}$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A. \tag{6}$$

なお，式の左端の括弧内の変数は，$TF(T)$ を線形緩和した線形計画問題における各制約式に対する双対変数である．

- λ^d : (2) 式の終点 d に対する双対変数
- π_{ij} : (3) 式のアーク (i,j) に対する非負の双対変数
- σ_{ij}^{od} : (4) 式のアーク (i,j)，品種 (o,d) に対する非負の双対変数

(1)式は費用を表す目的関数であり，これを最小化する．目的関数の第一項は，特定のアーク上を流れる入木上のフロー量を合計することによりアークフロー量を求め，これにフロー費用を掛けたもので，フロー費用の合計を表す．目的関数の第二項は，デザイン費用の合計である．(2)式は，終点を d とする入木から 1 つの入木を選択することを表す．(3)式は，容量制約式である．この式は，アーク (i, j) 上にアークが選択されるときにアーク上を移動するフロー量の合計はアーク容量以下であり，アークが選択されないときに 0 であることを表す．(4)式はデザイン変数と入木変数の強制制約式であり，アーク (i, j) が選択されたときに限り，終点を d とし，アーク (i, j) を含む入木変数が 1 となることができ，そうでないときには入木変数が 0 となることを表す．(4)式は妥当不等式であり，この制約式がなくても最適解と最適値は変わらないが，線形緩和による下界値が悪い弱い定式化となる．(5)式は入木変数の0－1条件，(6)式はデザイン変数の0－1条件である．

$TF(T)$ の線形緩和問題を $TFR(T)$ とする．また，強制制約式である (4) を含まない弱い定式化を $TFW(T)$ とし，$TFW(T)$ の線形緩和問題を $TFWR(T)$ とする．

3．入木生成

3.1　$TFWR(T)$ に対する入木生成

$TFWR(T)$ を最適に解くこと考える．$TFWR(T)$ では入木変数は指数オーダー個存在する．そのため，実際に解く際には，被約費用が負であり，基底に入る入木変数を適

時生成する列生成である入木生成を用いる．

(4)式を考慮しない場合，z_t^dに対する被約費用をψ_t^dとすると，ψ_t^dは次のようになる

$$\psi_t^d = \sum_{(i,j)\in A} \sum_{o\in O^d} \theta_{ijt}^{od} q^{od} \left(c_{ij}^d + \pi_{ij} \right) - \lambda^d \quad \forall t \in T^d, d \in D. \tag{7}$$

適当な入木集合 $\bar{T}$ が与えられたとき，$TFWR(\bar{T})$ の最適な双対変数値πが求められているものとする．$\bar{T}$ と，終点d，πが与えられたときに，被約費用が負である入木変数を求める価格付け問題$PW^d(\pi)$ は次のようになる．

$PW^d(\pi)$:

$$\phi^d = \min \sum_{t\in T^d} \sum_{(i,j)\in A} \sum_{o\in O^d} \theta_{ijt}^{od} q^{od} \left(c_{ij}^d + \pi_{ij} \right) z_t^d \tag{8}$$

subject to

$$\sum_{t\in T^d} z_t^d = 1, \tag{9}$$

$$z_t^d \in \{0,1\} \quad \forall t \in T^d. \tag{10}$$

ここで，ϕ^dは$PW^d(\pi)$ の最適値である．

ψ_t^dが負となる生成する入木変数z_t^dを見つけるためには，終点dを根とし，アークの重みを $\sum_{o\in O^d} \theta_{ijt}^{od} q^{od} \left(c_{ij}^d + \pi_{ij} \right)$ としたネットワーク上の根つき木を求め，その木の重み合計がλ^d未満となればよい．そのためには，ネットワーク上の終点dを根とした最小木を求めれば良い．

この問題では，終点をdとする各品種についてアークの重みは需要量に比例する値をとる．そこで，始点・終点である（o, d）ごとに，アークの長さを$c_{ij}^d + \pi_{ij}$とした最短経路問題を解き，最短経路を求める．つづいて，これらを終点dごとに併わせると入木を求めることができる．

Algorithm1 に，入木生成の手順を示す．

3.2　$TFR(T)$ に対する緩和ヒューリスティクスを用いた入木生成

$TF(T)$ は大規模な組合せ最適化問題となるため，一般的には最適解を求めることはせずに，近似解を求めることになる．$TF(T)$ の線形緩和問題 $TFR(T)$ を最適に解くためには，被約費用が負であるすべての入木を生成する必要がある．しかし，入木生成の目的は線形緩和問題を最適に解くことではなく，生成された入木を用いて，適当な近似解法により適切な実行可能解を求めることである．さらに，線形緩和問題の最適解の求解において生成された入木は，もとの組合せ最適化問題の最適解に含まれるとは限らない．このようなことから，入木生成においては必ずしも被約費用が負であるすべての入木を求める必要はない．そこで，$TFR(T)$ を近似的に解くことを考える．

$TFR(\bar{T})$ における z_t^d に対する被約費用を ω_t^d とすると，ω_t^d は次のようになる．

$$\omega_t^d = \sum_{(i,j)\in A}\sum_{o\in O^d}\theta_{ijt}^{od}\left(q^{od}c_{ij}^d + q^{od}\pi_{ij} + \sigma_{ij}^{od}\right) - \lambda^d \quad \forall t\in T^d, d\in D. \tag{11}$$

ω_t^d が負となる生成する入木変数 z_t^d を見つけるためには，終点 d を根とし，アークの重みを $\sum_{o\in O^d}\theta_{ijt}^{od}\left(q^{od}c_{ij}^d + q^{od}\pi_{ij} + \sigma_{ij}^{od}\right)$ としたネットワーク上の根つき木を求め，その木の重み合計が λ^d 未満となればよい．そのためには，ネットワーク上の終点 d を根とした最小木を求めれば良い．

終点 d，π および σ が与えられたときに，入木変数を求める価格付け問題 PS^d（π，σ）は次のようになる．

$PS^d(\pi,\sigma)$：

$$\min \sum_{t\in T^d}\sum_{(i,j)\in A}\sum_{o\in O^d}\theta_{ijt}^{od}\left(q^{od}c_{ij}^d + q^{od}\pi_{ij} + \sigma_{ij}^{od}\right)z_t^d \tag{12}$$

subject to

$$\sum_{t\in T^d} z_t^d = 1, \tag{13}$$

$$z_t^d \in \{0,1\} \quad \forall t\in T^d. \tag{14}$$

σ が含まれているため，PS^d（π，σ）は始点 o によって異なるアークの重みをもつことになる．このため，PS^d（π，σ）は一般的なアークに重みが与えられた根つきの最小木問題とはならず，最適な解を求めることは容易ではない．

PS^d（π，σ）は次のような入木変数 g とフロー変数 x を用いた定式化 TG^d（π，σ）として表現することができる．

$TG^d(\pi,\sigma)$：

$$\min \sum_{o\in O^d}\sum_{(i,j)\in A}\left(q^{od}c_{ij}^d + q^{od}\pi_{ij} + \sigma_{ij}^{od}\right)x_{ij}^o \tag{15}$$

subject to

$$\sum_{i\in N_n^+} x_{in}^o - \sum_{j\in N_n^-} x_{nj}^o = \begin{cases} -1 & if\ n=o \\ 1 & if\ n=d \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad \forall n\in N, o\in O^d, \tag{16}$$

$$x_{ij}^o \le g_{ij} \quad \forall (i,j)\in A, o\in O^d, \tag{17}$$

$$\sum_{j\in N_i^+} g_{ij} \le 1 \quad \forall i\in N, \tag{18}$$

$$x_{ij}^o \ge 0 \quad \forall (i,j)\in A, o\in O^d, \tag{19}$$

$$g_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A. \tag{20}$$

なお，変数は以下の通りである．

- x^o_{ij}：アーク (i,j) 上を始点 o・終点 d 間のフローが流れる比率を表すフロー変数
- g_{ij}：アーク (i,j) が入木に含まれるとき1，そうでないとき0である入木変数

目的関数である（15)式は重みの合計を最小化することを表す．(16)式はフロー保存式であり，(17)式は入木変数が1であるアーク上のみにフローが流れることを表す．また，(18)式はノード i から出る入木上のアークは高々1本であることを表す．(18)式により，終点を d とするフローが入木を形成する．

$TG^d(\pi, \sigma)$ は始点 o によって異なるアークの重みをもつため，一般的なアークに重みが与えられた最小木問題とはならず，最適な解を求めることは容易ではない．そのため，$TG^d(\pi, \sigma)$ をヒューリスティクスに解くことにする．はじめに，(20)式の0－1条件を0から1の連続変数に線形緩和する．この問題は，付加制約をもつ最短経路問題となるが，線形計画問題であるために容易に解くことができる．この緩和問題を $LP^d(\pi, \sigma)$ とし，$LP^d(\pi, \sigma)$ を最適に解いて得られた $LP^d(\pi, \sigma)$ の最適値を α とおく．

$LP^d(\pi, \sigma)$ は $TG^d(\pi, \sigma)$ の緩和問題であるので，α は $TG^d(\pi, \sigma)$ の下界値となる．そのため，$\alpha \geq \lambda^d$ であれば，被約費用 ω^d_t が負である入木が存在しないことになり，終点 d に対する入木生成を終了する．

一方，$\alpha < \lambda^d$ である場合，ω^d_t が負である入木が存在する可能性があり，そのような入木を探索しなければならない．$TG^d(\pi, \sigma)$ の最適解が求められていない場合，(20)式を線形緩和していることから $LP^d(\pi, \sigma)$ において，g_{ij} の値が0また1でない小数解が求められていることになる．そこで，緩和解からヒューリスティックに $TG^d(\pi, \sigma)$ の実行可能解を導出する．

はじめに，小数値をもつ g_{ij} を降順にソートする．小数値を持つ最大の g_{ij} の値を1に固定して，$LP^d(\pi, \sigma)$ を解き直す．この操作をすべての g_{ij} の値が0または1になるまで繰り返す．繰り返す回数は高々ノード数となる．

求められた入木に対する（11)式の ω^d_t が負であれば入木変数 t を生成し，そうでなければ終点 d に対する入木生成を終了する．

なお，このようなヒューリスティックでは必ずしも被約費用が負であるすべての入木を生成することはできないが，様々な近似解法の中で用いる場合は有効となる．

Algorithm2 に，入木生成の手順を示す．

3.3　*TFR*(*T*) に対する双対上昇法を用いた入木生成

終点を d とするフローが入木を構成することから，終点を d とし，異なるノードを始点とするフローはノード n を始点とする異なるアーク上を流れることはなく，ノード n を始点とする高々１本のアーク上を流れる．そこで，ノード n から出る２本以上のアークに d を終点とする相異なる需要の始点を割り当てた組合せを p_n，ノード n に対する p_n の和集合を P_n とし，全体の和集合を P とする．

P が与えられたとき，$PS^d(\pi, \sigma)$ は次のような始点とアークの組合せに対する妥当不等式を用いた定式化 $TV^d(P)$ として表現することができる．

$TV^d(P)$：

$$\min \sum_{o \in O^d} \sum_{(i,j)\in A} \left(q^{od} c^d_{ij} + q^{od}\pi_{ij} + \sigma^{od}_{ij} \right) x^o_{ij} \tag{21}$$

subject to

$$(\nu^o_n) \qquad \sum_{i \in N^+_n} x^o_{in} - \sum_{j \in N^-_n} x^o_{nj} = \begin{cases} -1 & if\ n = o \\ 1 & if\ n = d \\ 0 & otherwise \end{cases} \qquad \forall n \in N, o \in O^d, \tag{22}$$

$$\sum_{jo \in p_n} x^o_{nj} \le 1 \qquad \forall p_n \in P_n, n \in N, \tag{23}$$

$$x^o_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall (i,j) \in A, o \in O^d. \tag{24}$$

ここで使用する変数は以下の通りである．

- x^o_{ij}：アーク (i,j) 上を始点 o・終点 d 間のフローが流れるとき 1，そうでないとき 0 であるフロー変数
- ν^o_n：(22)式の始点 o，ノード n に対する双数変数

(23)式は入木フローを表す妥当不等式である．終点を d とする３つの需要の始点を a，b，c とし，ノード n を始点とする２本のアークを (n, j)，(n, k) とする．このとき，P_n は次のようになる．

$$P_n = \{(ja, kb), (ja, kc), (jb, ka), (jb, kc), (jc, ka), (jc, kb)\}.$$

また，P_n に対応する (23)式は次のようになる．

$$x^a_{nj} + x^b_{nk} \le 1,\ x^a_{nj} + x^c_{nk} \le 1,\ x^b_{nj} + x^a_{nk} \le 1,$$

$$x^b_{nj} + x^c_{nk} \le 1,\ x^c_{nj} + x^a_{nk} \le 1,\ x^c_{nj} + x^b_{nk} \le 1.$$

終点を d とする３つの需要の始点を a，b，c とし，ノード n を始点とする３本のアークを (n, j)，(n, k)，(n, l) とする．このとき，P_n は次のようになる．

$$P_n = \{(ja,kb,lc),(ja,kc,lb),(jb,ka,lc),(jb,kc,la),(jc,ka,lb),(jc,kb,la),$$
$$(ja,kb),(kb,lc),(lc,ja),(ja,kc),(kc,lb),(lb,ja),$$
$$(jb,ka),(ka,lc),(lc,jb),(jb,kc),(kc,la),(la,jb),$$
$$(jc,ka),(ka,lb),(lb,jc),(jc,kb),(kb,la),(la,jc)\}.$$

また，P_n に対応する（23)式は次のようになる．

$$x_{nj}^a + x_{nk}^b + x_{nl}^c \leq 1, \cdots, x_{nj}^c + x_{nk}^b + x_{nl}^a \leq 1,$$
$$x_{nj}^a + x_{nk}^b \leq 1, \cdots, x_{nl}^a + x_{nj}^c \leq 1.$$

（23)式は指数オーダー個存在し，かつフロー変数 x は$0-1$変数である．$TV^d(P)$ は指数オーダー個の付加制約を持つ離散フローの最短経路問題となるので，最適に解くことは困難である．そこで，(23)式について双対上昇法を適用して，$TV^d(P)$ の下界値を改善するとともに近似解を算出する．

はじめに，切除平面となる（23)式を除いた問題を最適に解く．このときの目的関数値を β^d とおく．β^d は，$TV^d(P)$ の下界値となる．

この緩和問題はノード o ごとの最短経路問題に分離することができ，それぞれの最短経路問題は容易に解くことができる．(23)式を除いた問題の最適解を $\bar{x}$ とおく．なお，入木条件を考慮していないために，これらの最適解 $\bar{x}$ は入木上のフローであることは保証されない．

始点を o とする最短経路問題におけるノード j における（22)式に対する双対変数値である距離ポテンシャルの最適値を $\bar{\nu}_j^o$ とし，アークの長さに相当する $q^{od}c_{ij}^d + q^{od}\pi_{ij} + \sigma_{ij}^{od}$ を $\bar{c}_{ij}^o$ とおく．つづいて，$\bar{\nu}$ を用いて（22)式を目的関数に組み込む．このとき，$TV^d(P)$ は次の TVR^d と表現することができる．

TVR^d:

$$\min \sum_{o \in O^d} \sum_{(i,j) \in A} \left(\bar{c}_{ij}^o - \bar{\nu}_j^o + \bar{\nu}_i^o\right) x_{ij}^o + \sum_{o \in O^d} \left(\bar{\nu}_d^o - \bar{\nu}_o^o\right) \tag{25}$$

subject to

$$\sum_{jo \in p_n} x_{nj}^o \leq 1 \quad \forall p_n \in P_n, n \in N, \tag{26}$$

$$x_{ij}^o \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A, o \in O^d. \tag{27}$$

ここで，$\bar{x}$ が入木を構成しない場合，(26)式を満足しない $\bar{x}$ が存在する．(26)式を満足しないノード n において，$\bar{x}_{nj}^o = 1$ であるフロー変数の数が最大要である適当な p_n を選択する．このとき，

$$\sum_{jo \in p_n} x_{nj}^o > 1$$

となる．このため，この妥当不等式は $\bar{x}$ における切除平面となる．この式のみを（26）式として加えた問題 TVR^d を考える．

$$\min \sum_{o \in O^d} \sum_{(i,j) \in A} \left(\bar{c}_{ij}^o - \bar{\nu}_j^o + \bar{\nu}_i^o\right) x_{ij}^o + \sum_{o \in O^d} \left(\bar{\nu}_d^o - \bar{\nu}_o^o\right) \tag{28}$$

subject to

$$(\mu_{p_n}) \qquad \sum_{jo \in p_n} x_{nj}^o \leq 1, \tag{29}$$

$$x_{ij}^o \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A, o \in O^d. \tag{30}$$

ここで μ_{pn} は，線形緩和問題の（29)式に対する非負の双対変数である．

x を変数として，この問題を最適に解けば，この切除平面を満足することができる．しかしながら，x は0－1変数であるため，多数の切除平面を加えた場合，最適解を求めることは困難となる．さらに，現在の v において入木条件を満足していても，切除平面を加えた問題を解き直した場合，$\bar{x}$ が変化することから，入木条件を満足しない別の切除平面が生じることになる．

p_n に対応する（29)式に対する非負の双対変数 μ_{pn} を用いて（29)式を目的関数に組み込むと次のようになる．

$$\min \sum_{n \in N} \sum_{jo \in NO_n \backslash p_n} \left(\bar{c}_{nj}^o - \bar{\nu}_j^o + \bar{\nu}_n^o\right) x_{nj}^o + \sum_{jo \in p_n} \left(\bar{c}_{nj}^o - \bar{\nu}_j^o + \bar{\nu}_n^o + \mu_{p_n}\right) x_{nj}^o - \mu_{p_n}$$

$$+ \sum_{o \in O^d} \left(\bar{\nu}_d^o - \bar{\nu}_o^o\right) \tag{31}$$

subject to

$$x_{ij}^o \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A, o \in O^d. \tag{32}$$

ここで，NO_n はノード n を始点とするアーク（n, j）と，終点を d とし始点を o（$\in O^d$）とする品種 od の積の集合である．

現在の最短経路を表す解である $\bar{x}$ が変化しない範囲で，μ_{pn} の値を 0 から増加させる双対上昇法を適用する．μ_{pn} を増加させても，TV^d の最適解 $\bar{x}$ が変化しない場合は，目的関数値 β^d は $\mu_{pn}(|p_n|-1)$ だけ増加する．

μ_{pn} を増加させても，x_{nj}^o（$j \in N_n^+$，$o \in O^d$）が依然，各 o と d 間の最短経路に含まれている，すなわち $x_{nj}^o = 1$ である μ_{pn} の最大値を $\bar{\mu}_{pn}$ とする．$\bar{\mu}_{pn}$ は，x_{nj}^o においては，ノード j を除くノード n に接続するノード k の距離ポテンシャル $\bar{\nu}_k^o$ の最大値とノード j

のポテンシャル $\bar{\nu}_j^o$ との差となる．したがって，$\bar{\mu}_{p_n}$ はこれらの最小となることから，次のようになる．

$$\bar{\mu}_{p_n} = \min_{j \in N_n^+} \left(\max_{k \in N_n^+ \setminus \{j\}} \bar{\nu}_k^o - \bar{\nu}_j^o \right). \tag{33}$$

つづいて，$\bar{\nu}$ と β^d を次のように更新する．

$$\bar{\nu}_j^o := \bar{\nu}_j^o + \bar{\mu}_{p_n} \quad \forall jo \in p_n, \tag{34}$$

$$\beta^d := \beta^d + \mu_{p_n}(|p_n| - 1). \tag{35}$$

$\bar{\mu}_{p_n}$ の値を設定すると，$\max_{k \in N_n^+ \setminus \{j\}} \bar{\nu}_k^o - \bar{\nu}_j^o = 0$ となるアーク（n, j）が発生する．つづいて，この式を満足するアークと始点 o の組み合わせを p_n から削除する．$|p_n| > 1$ であれば，同様な操作を繰り返す．

$\beta^d \geq \lambda^d$ であれば，被約費用が負となる入木は存在しないことになり，入木生成を終了する．そうでない場合，次式を満たすアークを合成し，それらのアークから入木を生成する．

$$\bar{c}_{nj}^o - \bar{\nu}_j^o + \bar{\nu}_n^o = 0. \tag{36}$$

Algorithm3 に，入木生成の手順を示す．

4．おわりに

本研究では，入木条件を考慮したネットワーク設計問題に対して入木変数を用いた定式化を示し，その線形緩和問題における 3 種類の入木生成方法を提案した．強制制約式を含まない弱い定式化に対しては，最短経路問題を解くことによる入木生成を示した．また，強い定式化に対しては，線形緩和解を用いたヒューリスティックを示した．さらに，新たな入木フローに対する妥当不等式を提案し，切除平面に対する双対上昇法を示した．

本研究は科学研究費基盤研究 C（課題番号17K01268）による成果の一部である．

参考文献

Erera, A., M. Hewitt, M. Savelsbergh, Y. Zhang. 2012. Improved load plan design through integer programming based local search. *Transportation Science* 1-16.

Farvolden, J. M., W. B. Powell. 1994. Subgradient methods for the service network design problem. *Transportation Science* **28**（3）256-272.

Hoppe, B., E. Z. Klampfl, C. McZeal, J. Rich. 1999. Strategic load-planning for less-thantruckload trucking. Tech. Rep. CRPC-TR99812-S, Center for Research on Parallel Computation, Rice University.

Jarrah, A. I., E. Johnson, L. C. Neubert. 2009. Large-scale, less-than-truckload service network design. *Operations Research* **57** (3) 609-625.

片山直登 . 2002. 共同輸送ネットワーク設計問題に対する Lagrange 緩和法 . 流通情報学部紀要 **6** (2) 81-91.

片山直登 . 2013. フロー木条件を考慮した容量制約をもつネットワーク設計問題 . 流通情報学部紀要 **17** (2) 21-34.

片山直登 . 2016. フロー木条件を考慮した容量制約をもつネットワーク設計問題のための木生成法 . 流通経済大学流通情報学部紀要 **21** (1) 1-17.

Algorithm 1: Tree Generation for $TFW(T)$

INPUT: D(destination node set), $\bar{T}$(initial feasible tree set);
OUTPUT: $\bar{T}$(feasible tree set);

repeat
  Solve $TFWR(\bar{T})$;
  Get the dual optimal solution π and λ;
  $flag \leftarrow false$;
  for $d \in D$ **do**
    Solve $PPW^d(\pi)$ and get ϕ^d;
    if $\phi^d < \lambda$ **then**
      Get the shortest paths from the solutions of $PPW^d(\pi)$;
      Make tree t by merging the shortest paths;
      Generate tree variavle z_t^d;
      $\bar{T} \leftarrow \bar{T} \cup \{t\}$;
      $flag \leftarrow true$;
    end
  end
until *flag* = *false*;

Algorithm 2: Tree Generation for $TF(T)$

INPUT: D(destination node set), $\bar{T}$(initial feasible tree set);
OUTPUT: $\bar{T}$(feasible tree set);

repeat
    Solve $TFR(\bar{T})$;
    Get the dual optimal solution π, σ and λ;
    $flag \leftarrow false$;
    for $d \in D$ **do**
        Solve $LP^d(\pi, \sigma)$ and get α and g;
        if $\alpha < \lambda^d$ **then**
            while *a fractional solution for g exists* **do**
                Find arc (i, j) such that g_{ij} has the maximum fractional value;
                Fix g_{ij} to 1
                Solve $LP^d(\pi, \sigma)$ and get α and g;
            end
            Make tree t by the arcs such that $g_{ij} = 1$;
            if $\alpha < \lambda^d$ **then**
                $\bar{T} \leftarrow \bar{T} \cup \{t\}$;
                $flag \leftarrow true$;
            end
        end
    end
until *flag* $=$ *false*;

Algorithm 3: Tree Generation for $TF(T)$

INPUT: D(destination node set), O(origin node set), $\bar{T}$(initial feasible tree set);
OUTPUT: $\bar{T}$(feasible tree set);

repeat
    Solve $TFR(\bar{T})$;
    $flag \leftarrow false$;
    Solve $TFR(\bar{T})$;
    Get the dual optimal solution π, σ and λ;
    $flag \leftarrow false$;
    $P \leftarrow \varnothing$;
    for $d \in D$ **do**
        Solve $TV^d(P)$ and get β, $\bar{\mu}$, $\bar{x}$, $\bar{v}$;
        if $\beta < \lambda^d$ **then**
            for $n \in N$ **do**
                Find p_n such that $\sum_{jo \in p_n} x^o_{nj} > 1$;
                $P_n \leftarrow P_n \cup \{p_n\}$;
            end
            Find n and p_n such that $|p_n|$ is maximum;
            Get $\bar{\mu}_{p_n}$ by (33);
            $\bar{v}^o_j \leftarrow \bar{v}^o_j + \bar{\mu}_{p_n}$, $jo \in p_n$;
            $\beta^d \leftarrow \beta^d + \bar{\mu}_{p_n}(|p_n| - 1)$;
            $P_n \leftarrow P_n \backslash \{p_n\}$;
        end
        Make tree t by arcs which satisfy (36);
        Calcuate ω^d_t by (11) for t;
        if $\omega^d_t < \lambda^d$ **then**
            $\bar{T} \leftarrow \bar{T} \cup \{t\}$;
            $flag \leftarrow true$;
        end
    end
until $flag = false$;