

《論文》

途絶リスクを考慮したサプライチェーンネットワークモデルのパスによる定式化

片山直登

1. はじめに

途絶リスクを考慮したサプライチェーンネットワークモデルは、サプライチェーンの途絶リスクに対するレジリエンスの頑強性・冗長性・柔軟性を考慮して全体最適化を図るものであり、近年のサプライチェーンネットワークの設計と運用において重要なモデルの一つとなっている。

サプライチェーンネットワークにおけるレジリエンスと途絶リスクに関して、これまで無数のレビューが行われてきている。主なレビューとして、Ivanov et al. (2017), Ivanov (2018), Dolgui et al. (2018), Ivanov and Dolgui (2019), Hosseini et al. (2019), Baryannis et al. (2019), Bier et al. (2020), Rahman et al. (2022), Suryawanshi and Dutta (2022), Zamani et al. (2022), Jahani et al. (2024), Iftikhar et al. (2024) などがある。

近年、様々な事例を想定した不確実性レジリエンスの数理計画モデルが開発されている。需要・設備 (Fattahi et al. 2017), 塗料産業 (Sabouhi et al. 2020), 食料品業界 (Gholami-Zanjani et al. 2021), 医療機器業界 (Hasani et al. 2021), タイヤ産業 (Vali-Siar and Roghanian 2022) 等を対象とした研究が行われている。Sabouhi et al. (2020) はランダムな途絶の下でのレジリエントサプライチェーン設計のための確率的最適化モデルを提示しており、佐藤哲也ら (2023) は Sabouhi らのモデルに基づき、途絶と需要の不確実性を同時に考慮したサプライチェーンネットワーク設計モデルを提案している。片山直登 (2024) は佐藤らのモデルおよび Sabouhi らのモデルをもとに、アークとノード、およびアークを用いた一般化したモデルを提案している。また、Lotfi et al. (2024) は、ロバスト、リスク、レジリエンスを考慮した持続可能なサプライチェーンネットワーク設計に対する確率的多目的プログラミングモデルを示している。

これらの研究では、年々、膨大な数のパラメータや条件が付加され、モデル・定式化が複雑化の一途を辿っており、整理・統一化が必要であるため、片山（2024）はノード・アークおよびアークフロー表現を用いた一般化モデルを提案している。しかし、ネットワークの規模や構造が複雑になると、アークフローの数は膨大になるため、アークフローを用いた定式化を汎用の最適化ソルバーで求解することは困難となる。一般的なネットワーク設計モデルでは、アークフローではなく、パスフローを用いた定式化を用い、必要なパスフローを適時生成する列生成法を用いて求解することが行われる。

本研究では、片山（2024）が示した一般化モデルに対して、アークフローではなく、パスフローを用いた定式化を示し、大規模問題の解析に必要な列生成のための被約費用および価格付け問題を示す。

2. 途絶と需要の不確実性を考慮したサプライチェーンネットワーク設計モデル

2. 1 佐藤モデル

佐藤モデル（佐藤哲也ら 2023）はサプライヤ、工場、配送センタと顧客の4階層で構成され、最適なサプライヤの選択、配送センタの配置、工場の生産能力の拡張量の決定と途絶と需要の不確実性のシナリオの下での輸送および機会損失量を決定する2段階のサプライチェーンネットワーク設計モデルである。佐藤モデルの主な前提条件は、片山（2024）を参照のこと。

佐藤モデルの定式化で用いる記号の定義を示す。なお、記号は当該論文の記述に従っている。

集合

- ・ N : サプライヤ集合
- ・ M : 工場集合
- ・ W : 配送センタ集合
- ・ J : 顧客集合
- ・ R : 原料集合
- ・ P : 製品集合
- ・ V : 配送センタに配置できる保管能力集合
- ・ S : シナリオ集合

変数

- ・ X_n : サプライヤ n を選択するか否かを表す0-1変数
- ・ Z_{vw} : 候補地 w に v 番目の保管能力をもつセンタを開設するか否かを表す0-1変数
- ・ E_m : 工場 m の生産能力の拡張量を表す連続変数
- ・ Q_{nm}^{rs} : シナリオ s におけるサプライヤ n から工場 m への原料 r の輸送量

- ・ L_m^{ps} : シナリオ s における工場 m の製品 p の製造量
- ・ Y_{mj}^{ps} : シナリオ s における工場 m から顧客 j への製品 p の輸送量
- ・ Y'_{mw}^{ps} : シナリオ s における工場 m から配送センタ w への製品 p の輸送量
- ・ T'_{wj}^{ps} : シナリオ s における配送センタ w から顧客 j への製品 p の輸送量
- ・ $T'_{ww'}^{ps}$: シナリオ s における配送センタ w から配送センタ w' への製品 p の輸送量
- ・ B_j^{ps} : シナリオ s における顧客 j の製品 p の機会損失量

確率変数

- ・ σ_n^s : シナリオ s におけるサプライヤ n の 0 から 1 の途絶率
- ・ v_m^s : シナリオ s における工場 m の 0 から 1 の途絶率
- ・ v_w^s : シナリオ s における配送センタ w の 0 から 1 の途絶率
- ・ ψ^s : シナリオ s における 0 から 1 の需要変動係数

パラメータ

- ・ x_n : サプライヤ n を選択するときに必要な固定費用
- ・ z_{vw} : 候補地 w に v 番目の保管能力をもつ配送センタを開設するために必要な固定費用
- ・ e_m : 工場 m の生産能力の拡張に必要な単位当たりの費用
- ・ q_{nm}^r : サプライヤ n から工場 m への原料 r の単位当たりの輸送費用
- ・ l_m^p : 工場 m における製品 p の単位当たりの生産費用
- ・ y_{mj}^p : 工場 m から顧客 j への製品 p の単位当たりの輸送費用
- ・ y'_{mw}^p : 工場 m から配送センタ w への製品 p の単位当たりの輸送費用
- ・ t'_{wj}^p : 配送センタ w から顧客 j への製品 p の単位当たりの輸送費用
- ・ $t'_{ww'}^p$: 配送センタ w から配送センタ w' への製品 p の単位当たりの輸送費用
- ・ b_j^p : 顧客 j における製品 p の単位当たりの機会損失費用
- ・ c_n : サプライヤ n の供給能力
- ・ f_m : 工場 m の生産能力
- ・ g_{vw}^p : 配送センタ w の v 番目の製品 p 用の保管能力
- ・ g'_m : 工場 m の生産能力の拡張量の上限
- ・ h_r^p : 製品 p の単位当たりの生産に必要な原料 r の量
- ・ d_j^p : 顧客 j における製品 p の需要量
- ・ π^s : シナリオ s の発生確率

佐藤モデルの定式化を $SCND_s$ とする.

SCND_S :

$$\begin{aligned}
 \text{minimize } & \sum_{n \in N} x_n X_n + \sum_{v \in V} \sum_{w \in W} z_{vw} Z_{vw} + \sum_{m \in M} e_m E_m \\
 & + \sum_{s \in S} \pi^s \left(\sum_{r \in R} \sum_{n \in N} \sum_{m \in M} q_{nm}^r Q_{nm}^{rs} + \sum_{m \in M} \sum_{p \in P} l_m^p L_m^{ps} + \sum_{m \in M} \sum_{j \in J} \sum_{p \in P} y_{mj}^p Y_{mj}^{ps} \right. \\
 & \quad + \sum_{m \in M} \sum_{w \in W} \sum_{p \in P} y_{mw}^{ip} Y_{mw}^{ips} + \sum_{w \in W} \sum_{j \in J} \sum_{p \in P} t_{wj}^p T_{wj}^{ips} \\
 & \quad \left. + \sum_{w \in W} \sum_{w' \in W \setminus \{w\}} \sum_{p \in P} t_{ww'}^p T_{ww'}^{ips} + \sum_{j \in J} \sum_{p \in P} b_j^p B_j^{ps} \right) \quad (1)
 \end{aligned}$$

subject to

$$\sum_{r \in R} \sum_{m \in M} Q_{nm}^{rs} \leq (1 - \sigma_n^s) c_n X_n \quad \forall s \in S, n \in N, \quad (2)$$

$$\sum_{p \in P} L_m^{ps} \leq (1 - \nu_m^s) (f_m + E_m) \quad \forall s \in S, m \in M, \quad (3)$$

$$\sum_{m \in M} Y_{mw}^{ips} + \sum_{w' \in W \setminus \{w\}} T_{ww'}^{ips} \leq (1 - \gamma_w^s) \sum_{v \in V} g_{vw}^p Z_{vw} \quad \forall s \in S, w \in W, p \in P, \quad (4)$$

$$\sum_{n \in N} Q_{nm}^{rs} = \sum_{p \in P} h_r^p L_m^{ps} \quad \forall s \in S, r \in R, m \in M, \quad (5)$$

$$L_m^{ps} = \sum_{j \in J} Y_{mj}^{ps} + \sum_{w \in W} Y_{mw}^{ips} \quad \forall s \in S, p \in P, m \in M, \quad (6)$$

$$\sum_{m \in M} Y_{mw}^{ips} + \sum_{w' \in W \setminus \{w\}} T_{ww'}^{ips} = \sum_{j \in J} T_{wj}^{ips} + \sum_{w' \in W \setminus \{w\}} T_{ww'}^{ips} \quad \forall s \in S, w \in W, p \in P, \quad (7)$$

$$\sum_{w \in W} T_{wj}^{ips} + \sum_{m \in M} Y_{mj}^{ps} + B_j^{ps} = \psi^s d_j^p \quad \forall s \in S, j \in J, p \in P, \quad (8)$$

$$E_m \leq g'_m \quad \forall m \in M, \quad (9)$$

$$\sum_{v \in V} Z_{vw} \leq 1 \quad \forall w \in W, \quad (10)$$

$$X_n \in \{0, 1\} \quad \forall n \in N, \quad (11)$$

$$Z_{vw} \in \{0, 1\} \quad \forall v \in V, w \in W, \quad (12)$$

$$Q_{nm}^{rs} \geq 0 \quad \forall r \in R, n \in N, m \in M, s \in S, \quad (13)$$

$$L_m^{ps} \geq 0 \quad \forall m \in M, p \in P, s \in S, \quad (14)$$

$$Y_{mj}^{ps} \geq 0 \quad \forall m \in M, j \in J, p \in P, s \in S, \quad (15)$$

$$Y_{mw}^{ips} \geq 0 \quad \forall m \in M, w \in W, p \in P, s \in S, \quad (16)$$

$$T_{wj}^{ips} \geq 0 \quad \forall w \in W, j \in J, p \in P, s \in S, \quad (17)$$

$$T_{ww'}^{ips} \geq 0 \quad \forall w \in W, w' \in W \setminus \{w\}, p \in P, s \in S, \quad (18)$$

$$B_j^{ps} \geq 0 \quad \forall j \in J, p \in P, s \in S. \quad (19)$$

それぞれの制約式の説明は、片山（2024）を参照のこと。

2. 2 ノードとアーク設計によるアークフローを用いた定式化

佐藤らによるサプライチェーンネットワーク設計モデルを拡張し、ノード・アーク設計モデルとしてとらえた一般化した定式化を示す。これは、片山直登（2024）において提案された定式化に、原料の施設におけるノード費用、および確率的な変動をもつアーク容量の制約式を加えることにより、モデルをさらに一般化したものである。

- ・ノードはノード容量、固定費用であるノード費用と変動費用であるノードフロー費用をもつ。
- ・ノード容量はノード上のフローの処理能力である。原料と製品によって使用する単位当たりの容量が異なる。シナリオにより、ノード容量が確率的に変動する。
- ・ノード容量は離散的または連続的な拡張が可能である。
- ・ノード費用は拡張容量に対して離散的または連続的に発生する。
- ・ノードフロー費用はノードを通過するフロー量に比例して発生する。原料と製品によってノードフロー費用が異なる。
- ・アークはアーク容量およびアークフロー費用をもつ。
- ・アーク容量はアーク上のフローの処理能力である。シナリオにより、アーク容量が確率的に変動する。
- ・アークフロー費用はアークを通過するフローに比例して発生する。原料と製品によってアークフロー費用が異なる。
- ・顧客ノードで製品の需要量が発生する。シナリオにより、製品の需要量が確率的に変動する。
- ・原料ごとにダミー発生ノードを設け、これらのノードから原料フローが発生し、サプライヤノードに供給する。
- ・製品ごとにダミー発生ノードを設け、これらのノードから製品フローが発生し、工場ノードに供給する。
- ・工場ノード上で製品が製造され、原料は製品に変換される。
- ・原料や製品の供給が不足する場合、ノードにおいて原料の機会損失および製品の機会損失が発生する。

図1のようなノードとアークとアークフローからなるネットワークにより、一般化したサプライチェーンネットワーク設計モデルを表現することができる。図1の n_p は製品 p の需要をもつ顧客ノード、 n_{pr} は原料 r のダミー終点である。

ノードとアーク設計によるアークフローを用いた定式化では、次に新たに示す集合、変数、確率変数およびパラメータを使用する。

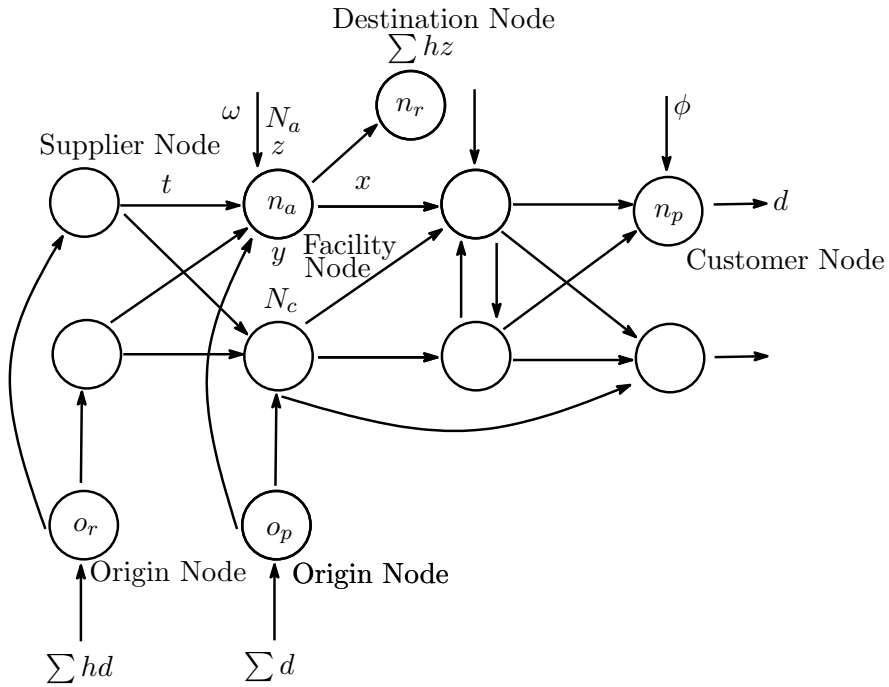


図1 Supply Chain Network by Arc Flows

集合

- ・ N : ノードの集合
- ・ A : アークの集合
- ・ N_a : 工場ノードの集合
- ・ N_c : ノード容量の拡張量が連続値をとるノードの集合
- ・ N_n^+ : ノード n に入るアークの始点の集合
- ・ N_n^- : ノード n から出るアークの終点の集合
- ・ S : シナリオ集合
- ・ R : 原料の集合
- ・ P : 製品の集合
- ・ W_n : ノード n に設置可能なノード容量の集合
- ・ D_p : 製品 p の需要をもつ顧客ノードの集合

変数

- ・ y_n^w : ノード n に w 番目のノード容量を設置するとき 1, そうでないとき 0 である 0-1変数, または設置比率を表す連続変数
- ・ z_n^{ps} : シナリオ s におけるノード n を通過する製品 p のノードフロー量

途絶リスクを考慮したサプライチェーンネットワークモデルのパスによる定式化

- ・ v_n^{rs} : シナリオ s におけるノード n を通過する原料 r のノードフロー量
- ・ x_{ij}^{ps} : シナリオ s におけるアーク (i, j) 上の製品 p のアークフロー量
- ・ t_{ij}^{rs} : シナリオ s におけるアーク (i, j) 上の原料 r のアークフロー量
- ・ ϕ_n^{ps} : シナリオ s におけるノード n で発生する製品 p の機会損失量
- ・ ω_n^{rs} : シナリオ s におけるノード n で発生する原料 r の機会損失量

確率変数

- ・ π^s : シナリオ s の発生確率
- ・ b_n^{ws} : シナリオ s におけるノード n の w 番目の途絶時のノード容量
- ・ b_n^{0s} : シナリオ s におけるノード n の途絶時の初期ノード容量
- ・ d_n^{ps} : シナリオ s におけるノード n の製品 p の需要量
- ・ a_{ij}^s : シナリオ s におけるアーク (i, j) の途絶時のアーク容量

パラメータ

- ・ f_n^w : ノード n における w 番目のノード容量のデザイン費用
- ・ g_n^p : ノード n における製品 p の単位当たりのノードフロー費用
- ・ u_n^r : ノード n における原料 r の単位当たりのノードフロー費用
- ・ c_{ij}^p : アーク (i, j) 上の製品 p の単位当たりのアークフロー費用
- ・ e_{ij}^r : アーク (i, j) 上の原料 r の単位当たりのアークフロー費用
- ・ h_r^p : 単位当たりの製品 p の生産に必要な原料 r の比率
- ・ l_n^p : ノード n における製品 p の単位当たりの機会損失費用
- ・ q_n^r : ノード n における原料 r の単位当たりの機会損失費用
- ・ o_p : 製品 p の発生ノード
- ・ o_r : 原料 r の発生ノード
- ・ β_n^p : ノード n における製品 p の処理に必要な単位当たりのノード容量
- ・ γ_n^r : ノード n における原料 r の処理に必要な単位当たりのノード容量

ノードとアーク設計によるモデルの定式化を $DSCND_A$ とする。

$DSCND_A$:

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & \sum_{n \in N} \sum_{w \in W_n} f_n^w y_n^w + \sum_{s \in S} \pi^s \left\{ \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} g_n^p z_n^{ps} + \sum_{r \in R} \sum_{n \in N} u_n^r v_n^{rs} \right. \\ & \left. + \sum_{(i,j) \in A} \left(\sum_{p \in P} c_{ij}^p x_{ij}^{ps} + \sum_{r \in R} e_{ij}^r t_{ij}^{rs} \right) + \sum_{n \in N} \left(\sum_{p \in P} l_n^p \phi_n^{ps} + \sum_{r \in R} q_n^r \omega_n^{rs} \right) \right\} \quad (20) \end{aligned}$$

subject to

$$\sum_{i \in N_n^+} x_{in}^{ps} - \sum_{j \in N_n^-} x_{nj}^{ps} + \phi_n^{ps} = \begin{cases} -\sum_{k \in D_p} d_k^{ps} & \text{if } n = o_p \\ d_n^{ps} & \text{if } n \in D_p \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall n \in N, p \in P, s \in S, \quad (21)$$

$$\sum_{i \in N_n^+} t_{in}^{rs} - \sum_{j \in N_n^-} t_{nj}^{rs} + \omega_n^{rs} = \begin{cases} -\sum_{p \in P} \sum_{k \in D_p} h_k^p d_k^{ps} & \text{if } n = o_r \\ \sum_{p \in P} h_r^p z_n^{ps} & \text{if } n \in N_a \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall n \in N, r \in R, s \in S, \quad (22)$$

$$z_n^{ps} = \sum_{j \in N_n^-} x_{nj}^{ps} \quad \forall n \in N, s \in S, p \in P, \quad (23)$$

$$v_n^{rs} = \sum_{i \in N_n^+} t_{in}^{rs} \quad \forall n \in N, s \in S, r \in R, \quad (24)$$

$$\sum_{p \in P} \beta_n^p z_n^{ps} + \sum_{r \in R} \gamma_n^r v_n^{rs} \leq b_n^{0s} + \sum_{w \in W_n} b_n^{ws} y_n^w \quad \forall n \in N, s \in S, \quad (25)$$

$$\sum_{p \in P} x_{ij}^{ps} + \sum_{r \in R} t_{ij}^{rs} \leq a_{ij}^s \quad \forall (i, j) \in A, s \in S, \quad (26)$$

$$\sum_{w \in W_n} y_n^w \leq 1 \quad \forall n \in N, \quad (27)$$

$$0 \leq y_n^w \leq 1 \quad \forall w \in W_n, n \in N_c, \quad (28)$$

$$y_n^w \in \{0, 1\} \quad \forall w \in W_n, n \in N \setminus N_c, \quad (29)$$

$$x_{ij}^{ps} \geq 0 \quad \forall p \in P, (i, j) \in A, s \in S, \quad (30)$$

$$t_{ij}^{rs} \geq 0 \quad \forall r \in R, (i, j) \in A, s \in S, \quad (31)$$

$$z_n^{ps} \geq 0 \quad \forall p \in P, n \in N, s \in S, \quad (32)$$

$$v_n^{rs} \geq 0 \quad \forall r \in R, n \in N, s \in S, \quad (33)$$

$$\phi_n^{ps} \geq 0 \quad \forall n \in N, p \in P, s \in S, \quad (34)$$

$$\omega_n^{rs} \geq 0 \quad \forall n \in N, r \in R, s \in S. \quad (35)$$

(20)式の目的関数の第一項はノードの固定費用，第二項以降はシナリオごとに発生する変動費用の期待値の和であり，これらの和を最小化する．第二項と第三項は製品と原料のノードフローに対するフロー費用，第四項と第五項は製品と原料のアークフロー費用である．第六項と第七項は原料と製品の機会損失費用である．(21)式は製品のフロー保存式であり，製品発生ノードから顧客ノードにフローが流れることを表している．第三項は製品の機会損失量である．なお，製品の需要量はシナリオにより変動する．(22)式は原料のフロー保存式であり，原料発生ノードから工場ノードにフローが流れることを表している．なお，第三項は原料の機会損失量であり，第四項の原料の需要量は工場ノードの生産量・出荷量に一致する．(23)式は製品のノードフローとアークフローの関係式であり，製品のノードフローは当該ノードから出る製品のアークフローの合計である．(24)式は原料のノードフローとアークフローの関係式であり，原料のノードフローは当該ノードに入る原料のアークフローの合計である．(25)式はノード容量の制約式であり，ノードフロー量は初期のノード容量と設置するノード容量の和以下であることを表している．(25)式の左辺では，変換係数を用いて，原料量および製品量を製造・保管

するために必要なノード容量に変換している。なお、右辺のノード容量はシナリオにより変動する。(26)式はアーク上を流れる原料量および製品量の和がアーク容量以下であることを表している。右辺のアーク容量はシナリオにより変動する。(27)式はノードに設置できる拡張容量は高々1通りであることを表している。ノード容量が連続的に拡張できる場合は、 W_n の要素数を1とし、0から1の範囲内で設置比率を決定する。(28)式から(35)式は変数の0-1条件、非負条件および上限制約である。

3. パスフローを用いた定式化と被約費用

3. 1 パスフローを用いた定式化

原料および製品の流れをパスフローで表現する。原料フローは、原料発生ノードを出発し、サプライヤノードといくつかのノードを経由し、工場ノードを経由した後、原料の終点に到着するパスを流れる。製品フローは、製品発生ノードを出発し、工場ノードといくつかのノードを経由し、顧客ノードに到着するパスを流れる。なお、製品の機会損失は顧客ノード、原料の機会損失は工場ノードのみで発生するものとする。パスフローを用いたモデルのネットワークを図2に示す。

パスフローを用いた定式化では、新たに次の集合、変数とパラメータを使用する。

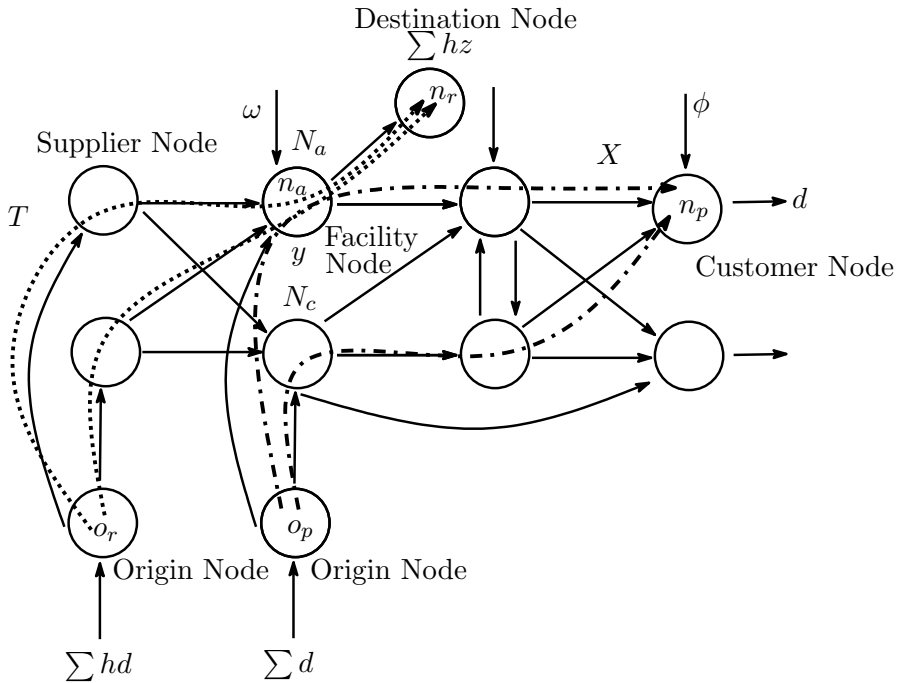


図2 Supply Chain Network by Path Flows

集合

- ・ $\Lambda_{n_p}^{ps}$: シナリオ s において, o_p を始点, n_p を終点とし, o_p の次に工場ノード n_a を通る製品 p が流れる製品パス集合
- ・ $\Theta_{n_a}^{rs}$: シナリオ s において, o_r を始点, 原料 r のダミーの終点 n_r を終点とし, n_r の前に工場ノード n_a を通る原料 r が流れる原料パス集合

変数

- ・ X_λ^{ps} : シナリオ s における製品パス λ 上の製品 p の製品パスイフロー量
- ・ T_θ^{rs} : シナリオ s における原料パス θ 上の原料 r の原料パスイフロー量

パラメータ

- ・ δ_{ij}^λ : 製品パス λ がアーク (i, j) を通るとき 1, そうでないとき 0 である定数
- ・ Δ_{ij}^θ : 原料パス θ がアーク (i, j) を通るとき 1, そうでないとき 0 である定数

パスイフローを用いた定式化を $DSCND_1$ とする.

$DSCND_1$:

$$\begin{aligned} \text{minimize } & \sum_{n \in N} \sum_{w \in W_n} f_n^w y_n^w + \sum_{s \in S} \pi^s \left\{ \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} g_n^p z_n^{ps} + \sum_{r \in R} \sum_{n \in N} u_n^r v_n^{rs} \right. \\ & \left. + \sum_{(i,j) \in A} \left(\sum_{p \in P} c_{ij}^p x_{ij}^{ps} + \sum_{r \in R} e_{ij}^r t_{ij}^{rs} \right) + \sum_{p \in P} \sum_{n_p \in D_p} l_{n_p} \phi_{n_p}^{ps} + \sum_{r \in R} \sum_{n_a \in N_a} q_{n_a}^r \omega_{n_a}^{rs} \right\} \quad (36) \end{aligned}$$

subject to

$$\sum_{\lambda \in \Lambda_{n_p}^{ps}} X_\lambda^{ps} + \phi_{n_p}^{ps} = d_{n_p}^{ps} \quad \forall n_p \in D_p, p \in P, s \in S, \quad (37)$$

$$\sum_{\theta \in \Theta_{n_a}^{rs}} T_\theta^{rs} + \omega_{n_a}^{rs} = \sum_{p \in P} h_p^r z_{n_a}^{ps} \quad \forall n_a \in N_a, r \in R, s \in S, \quad (38)$$

$$x_{ij}^{ps} = \sum_{n_p \in D_p} \sum_{\lambda \in \Lambda_{n_p}^{ps}} \delta_{ij}^\lambda X_\lambda^{ps} \quad \forall (i, j) \in A, p \in P, s \in S, \quad (39)$$

$$t_{ij}^{rs} = \sum_{n_a \in N_a} \sum_{\theta \in \Theta_{n_a}^{rs}} \Delta_{ij}^\theta T_\theta^{rs} \quad \forall (i, j) \in A, r \in R, s \in S, \quad (40)$$

$$z_n^{ps} = \sum_{j \in N_n^-} x_{nj}^{ps} \quad \forall n \in N, s \in S, p \in P, \quad (41)$$

$$v_n^{rs} = \sum_{i \in N_n^+} t_{in}^{rs} \quad \forall n \in N, s \in S, r \in R, \quad (42)$$

$$\sum_{p \in P} \beta_n^p z_n^{ps} + \sum_{r \in R} \gamma_n^r v_n^{rs} \leq b_n^{0s} + \sum_{w \in W_n} b_n^{ws} y_n^w \quad \forall n \in N, s \in S, \quad (43)$$

$$\sum_{p \in P} x_{ij}^{ps} + \sum_{r \in R} t_{ij}^{rs} \leq a_{ij}^s \quad \forall (i, j) \in A, s \in S, \quad (44)$$

$$\sum_{w \in W_n} y_n^w \leq 1 \quad \forall n \in N, \quad (45)$$

途絶リスクを考慮したサプライチェーンネットワークモデルのパスによる定式化

$$0 \leq y_n^w \leq 1 \quad \forall w \in W_n, n \in N_c, \quad (46)$$

$$y_n^w \in \{0, 1\} \quad \forall w \in W_n, n \in N \setminus N_c, \quad (47)$$

$$X_\lambda^{ps} \geq 0 \quad \forall \lambda \in \Lambda_{n_p}^{ps}, n_p \in D_p, p \in P, s \in S, \quad (48)$$

$$T_\theta^{rs} \geq 0 \quad \forall \theta \in \Theta_{n_a}^{rs}, n_a \in N_a, r \in R, s \in S, \quad (49)$$

$$x_{ij}^{ps} \geq 0 \quad \forall p \in P, (i, j) \in A, s \in S, \quad (50)$$

$$t_{ij}^{rs} \geq 0 \quad \forall r \in R, (i, j) \in A, s \in S, \quad (51)$$

$$z_n^{ps} \geq 0 \quad \forall p \in P, n \in N, s \in S, \quad (52)$$

$$v_n^{rs} \geq 0 \quad \forall r \in R, n \in N, s \in S, \quad (53)$$

$$\phi_{n_p}^{ps} \geq 0 \quad \forall n_p \in D_p, p \in P, s \in S, \quad (54)$$

$$\omega_{n_a}^{rs} \geq 0 \quad \forall n_a \in N_a, r \in R, s \in S. \quad (55)$$

(37)式は製品のフロー保存式であり、シナリオ s ごとに製品 p の顧客ノードへ製品のフローが流れることを表している。製品発生ノードからの製品パスフローの合計と顧客ノードにおける製品の機会損失量の和が製品需要に一致することを表している。(38)式は原料のフロー保存式であり、シナリオ s ごとに原料 r の工場ノードへ原料のフローが流れることを表している。原料発生ノードからの原料パスフローが工場を通過するフロー量の合計と工場ノードにおける原料の機会損失量の和が原料需要に一致することを表している。なお、原料需要は製品の出荷量に必要な需要で規定している。(39)式は、シナリオ s におけるアーク (i, j) 上を流れる製品 p の製品アークフロー量は、アーク (i, j) 上を流れる製品 p の製品パスフロー量の合計に一致することを表している。(40)式は、シナリオ s におけるアーク (i, j) 上を流れる原料 r の原料アークフロー量は、アーク (i, j) 上を流れる原料 r の原料パスフロー量の合計に一致することを表している。

(39)式と(40)式のアークフロー変数 x_{ij}^{ps} と t_{ij}^{rs} を(36)式、(41)式、(42)式および(44)式に代入することによって、アークフロー変数を使用することなく定式化することができる。この定式化 $DSCND_2$ は次のようになる。

$DSCND_2$:

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & \sum_{n \in N} \sum_{w \in W_n} f_n^w y_n^w + \sum_{s \in S} \pi^s \left\{ \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} g_n^p z_n^{ps} + \sum_{r \in R} \sum_{n \in N} u_n^r v_n^{rs} \right. \\ & + \sum_{(i, j) \in A} \left(\sum_{p \in P} c_{ij}^p \sum_{n_p \in D_p} \sum_{\lambda \in \Lambda_{n_p}^{ps}} \delta_{ij}^\lambda X_\lambda^{ps} + \sum_{r \in R} e_{ij}^r \sum_{n_a \in N_a} \sum_{\theta \in \Theta_{n_a}^{rs}} \Delta_{ij}^\theta T_\theta^{rs} \right) \\ & \left. + \sum_{p \in P} \sum_{n_p \in D_p} l_{n_p}^p \phi_{n_p}^{ps} + \sum_{r \in R} \sum_{n_a \in N_a} q_{n_a}^r \omega_{n_a}^{rs} \right\} \quad (56) \end{aligned}$$

subject to

$$\sum_{\lambda \in \Lambda_{n_p}^{ps}} X_\lambda^{ps} + \phi_{n_p}^{ps} = d_{n_p}^{ps} \quad \forall n_p \in D_p, p \in P, s \in S, \quad (57)$$

$$\sum_{\theta \in \Theta_{n_a}^{rs}} T_\theta^{rs} + \omega_{n_a}^{rs} = \sum_{p \in P} h_r^p z_{n_a}^{ps} \quad \forall n_a \in N_a, r \in R, s \in S, \quad (58)$$

$$z_n^{ps} = \sum_{j \in N_n^-} \sum_{n_p \in D_p} \sum_{\lambda \in \Lambda_{n_p}^{ps}} \delta_{nj}^\lambda X_\lambda^{ps} \quad \forall n \in N, s \in S, p \in P, \quad (59)$$

$$v_n^{rs} = \sum_{i \in N_n^+} \sum_{n_a \in N_a} \sum_{\theta \in \Theta_{n_a}^{rs}} \Delta_{in}^\theta T_\theta^{rs} \quad \forall n \in N, s \in S, r \in R, \quad (60)$$

$$\sum_{p \in P} \beta_n^p z_n^{ps} + \sum_{r \in R} \gamma_n^r v_n^{rs} \leq b_n^{0s} + \sum_{w \in W_n} b_n^{ws} y_n^w \quad \forall n \in N, s \in S, \quad (61)$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{n_p \in D_p} \sum_{\lambda \in \Lambda_{n_p}^{ps}} \delta_{ij}^\lambda X_\lambda^{ps} + \sum_{r \in R} \sum_{n_a \in N_a} \sum_{\theta \in \Theta_{n_a}^{rs}} \Delta_{ij}^\theta T_\theta^{rs} \leq a_{ij}^s \quad \forall (i, j) \in A, s \in S, \quad (62)$$

$$\sum_{w \in W_n} y_n^w \leq 1 \quad \forall n \in N, \quad (63)$$

$$0 \leq y_n^w \leq 1 \quad \forall w \in W_n, n \in N_c, \quad (64)$$

$$y_n^w \in \{0, 1\} \quad \forall w \in W_n, n \in N \setminus N_c, \quad (65)$$

$$X_\lambda^{ps} \geq 0 \quad \forall \lambda \in \Lambda_{n_p}^{ps}, n_p \in D_p, p \in P, s \in S, \quad (66)$$

$$T_\theta^{rs} \geq 0 \quad \forall \theta \in \Theta_{n_a}^{rs}, n_a \in N_a, r \in R, s \in S, \quad (67)$$

$$z_n^{ps} \geq 0 \quad \forall p \in P, n \in N, s \in S, \quad (68)$$

$$v_n^{rs} \geq 0 \quad \forall r \in R, n \in N, s \in S, \quad (69)$$

$$\phi_{n_p}^{ps} \geq 0 \quad \forall n_p \in D_p, p \in P, s \in S, \quad (70)$$

$$\omega_{n_a}^{rs} \geq 0 \quad \forall n_a \in N_a, r \in R, s \in S. \quad (71)$$

さらに、(59)式と(60)式のノードフロー変数 z_n^{ps} と v_n^{rs} を(56)式、(58)式および(61)式に代入することによって、ノードフロー変数を使用することなく定式化することができる。この定式化 $DSCND_3$ は次のようになる。

$DSCND_3$:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \quad \sum_{n \in N} \sum_{w \in W_n} f_n^w y_n^w \\ & + \sum_{s \in S} \pi^s \sum_{(i,j) \in A} \left\{ \sum_{p \in P} \sum_{n_p \in D_p} \sum_{\lambda \in \Lambda_{n_p}^{ps}} \delta_{ij}^\lambda (c_{ij}^p + g_i^p) X_\lambda^{ps} + \sum_{r \in R} \sum_{n_a \in N_a} \sum_{\theta \in \Theta_{n_a}^{rs}} \Delta_{ij}^\theta (e_{ij}^r + u_j^r) T_\theta^{rs} \right. \\ & \left. + \sum_{p \in P} \sum_{n_p \in D_p} l_n^p \phi_{n_p}^{ps} + \sum_{r \in R} \sum_{n_a \in N_a} q_{n_a}^r \omega_{n_a}^{rs} \right\} \quad (72) \end{aligned}$$

途絶リスクを考慮したサプライチェーンネットワークモデルのパスによる定式化

subject to

$$(\sigma_{n_p}^{ps}) \quad \sum_{\lambda \in \Lambda_{n_p}^{ps}} X_\lambda^{ps} + \phi_{n_p}^{ps} = d_{n_p}^{ps} \quad \forall n_p \in D_p, p \in P, s \in S, \quad (73)$$

$$(\rho_{n_a}^{rs}) \quad \sum_{\theta \in \Theta_{n_a}^{rs}} T_\theta^{rs} + \omega_{n_a}^{rs} = \sum_{p \in P} h_p^r \sum_{j \in N_{n_a}^-} \sum_{n_p \in D_p} \sum_{\lambda \in \Lambda_{n_p}^{ps}} \delta_{n_a j}^\lambda X_\lambda^{ps} \quad \forall n_a \in N_a, r \in R, s \in S, \quad (74)$$

$$(\tau_n^s) \quad \sum_{p \in P} \sum_{j \in N_n^-} \sum_{n_p \in D_p} \sum_{\lambda \in \Lambda_{n_p}^{ps}} \delta_{n j}^\lambda \beta_n^p X_\lambda^{ps} + \sum_{r \in R} \sum_{i \in N_n^+} \sum_{n_a \in N_a} \sum_{\theta \in \Theta_{n_a}^{rs}} \Delta_{in}^\theta \gamma_n^r T_\theta^{rs} \\ \leq b_n^{0s} + \sum_{w \in W_n} b_n^{ws} y_n^w \quad \forall n \in N, s \in S, \quad (75)$$

$$(\chi_{ij}^s) \quad \sum_{p \in P} \sum_{n_p \in D_p} \sum_{\lambda \in \Lambda_{n_p}^{ps}} \delta_{ij}^\lambda X_\lambda^{ps} + \sum_{r \in R} \sum_{n_a \in N_a} \sum_{\theta \in \Theta_{n_a}^{rs}} \Delta_{ij}^\theta T_\theta^{rs} \leq a_{ij}^s \quad \forall (i, j) \in A, s \in S, \quad (76)$$

$$\sum_{w \in W_n} y_n^w \leq 1 \quad \forall n \in N, \quad (77)$$

$$0 \leq y_n^w \leq 1 \quad \forall w \in W_n, n \in N_c, \quad (78)$$

$$y_n^w \in \{0, 1\} \quad \forall w \in W_n, n \in N \setminus N_c, \quad (79)$$

$$X_\lambda^{ps} \geq 0 \quad \forall \lambda \in \Lambda_{n_p}^{ps}, n_a \in N_a, n_p \in D_p, p \in P, s \in S, \quad (80)$$

$$T_\theta^{rs} \geq 0 \quad \forall \theta \in \Theta_{n_a}^{rs}, n_a \in N_a, r \in R, s \in S, \quad (81)$$

$$\phi_{n_p}^{ps} \geq 0 \quad \forall n_p \in D_p, p \in P, s \in S, \quad (82)$$

$$\omega_{n_a}^{rs} \geq 0 \quad \forall n_a \in N_a, r \in R, s \in S. \quad (83)$$

なお、(73)式から(76)式の左端にある $\sigma_{n_p}^{ps}$, $\rho_{n_a}^{rs}$, τ_n^s , および χ_{ij}^s は、それぞれの制約式に対する双対変数である。

この定式化 $DSCND_3$ は、0-1制約および非負制約を除くと、5つの制約式のみをもつ整理された定式化となっている。

3. 2 被約費用と価格付け問題

$DSCND_3$ では、パスフロー変数 X_λ^{ps} および T_θ^{rs} は指数オーダー個存在し、直接、定式化を解くことは困難である。そのため、実際に解く際には、適当な実行可能なパスの部分集合から始め、基底に入るであろう被約費用が負であるパスフロー変数を生成してパス集合に付加し、被約費用が負であるパスフロー変数がなくなるまでこの操作を繰り返す列生成法 (Katayama et al. 2009) が用いられる。

$DSCND_3$ のパスフロー変数 X_λ^{ps} を含む目的関数と制約式、および制約式に対する双対変数を用いて、製品パスフロー変数 X_λ^{ps} に関する被約費用は次のようになる。

$$\sum_{(i,j) \in A} \delta_{ij}^\lambda \left(c_{ij}^p + g_i^p + \beta_i^p \tau_i^s + \chi_{ij}^s \right) + \sum_{n_a \in N_a} \sum_{j \in N_a^-} \delta_{n_a j}^\lambda \sum_{r \in R} h_r^p \rho_{n_a}^{r,s} - \sigma_{n_p}^s. \quad (84)$$

同様に、原料パsthrough変数 T_θ^{rs} に関する被約費用は次のようになる。

$$\sum_{(i,j) \in A} \Delta_{ij}^\theta \left(e_{ij}^r + u_j^r + \gamma_j^r \tau_j^s + \chi_{ij}^s \right) - \rho_{n_a}^{r,s}. \quad (85)$$

基底に入るであろうパsthrough変数は被約費用が負であるものに限られるので、被約費用が負であるパsthrough変数を見つける必要がある。被約費用が負であるパsthrough変数を見つける問題は価格付け問題とよばれる。製品パsthrough変数 X_λ^{ps} に対する価格付け問題は、次のような製品 p 、シナリオ s および終点 n_p ごとの問題 $PX(p, s, n_p)$ となる。

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \quad \sum_{\lambda \in \Lambda_{n_p}^{ps}} \left\{ \sum_{(i,j) \in A} \delta_{ij}^\lambda \left(c_{ij}^p + g_i^p + \beta_i^p \tau_i^s + \chi_{ij}^s \right) + \sum_{n_a \in N_a} \sum_{j \in N_a^-} \delta_{n_a j}^\lambda \sum_{r \in R} h_r^p \rho_{n_a}^{r,s} - \sigma_{n_p}^s \right\} X_\lambda^{ps} \\ & \text{subject to} \quad X_\lambda^{ps} \geq 0 \quad \forall \lambda \in \Lambda_{n_p}^{ps}. \end{aligned} \quad (86)$$

目的関数は製品パス λ の始点 o_p から終点 n_p までの費用の合計を、製品パス集合 $\Lambda_{n_p}^{ps}$ に含まれるパスについて和をとったものである。このため、 $\Lambda_{n_p}^{ps}$ に含まれる製品パスの中で、パス上の費用の合計が最小となる製品パスを見つけ、この和が負である製品パスであれば、被約費用が負である製品パsthrough変数が見つかったことになる。この製品パスに対応する製品パス変数を生成し、シナリオ s の製品パス集合に付加する。価格付け問題 $PX(p, s, n_p)$ は、最小費用のパスを見つける問題であり、最短経路問題と等価な問題となる。

同様に、製品パsthrough変数 T_θ^{rs} に対する価格付け問題は、次のような原料 r 、シナリオ s および工場 n_a ごとの問題 $PT(r, s, n_a)$ となる。

$PT(r, s, n_a)$:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \quad \sum_{\theta \in \Theta_{n_a}^{rs}} \left\{ \sum_{(i,j) \in A} \Delta_{ij}^\theta \left(e_{ij}^r + u_j^r + \gamma_j^r \tau_j^s + \chi_{ij}^s \right) - \rho_{n_a}^{r,s} \right\} T_\theta^{rs} \\ & \text{subject to} \quad T_\theta^{rs} \geq 0 \quad \forall \theta \in \Theta_{n_a}^{rs}. \end{aligned} \quad (88)$$

目的関数は製品パス θ の始点 o_r から工場 n_a までの費用の合計を、製品パス集合原料パス集合 $\Theta_{n_a}^{rs}$ に含まれるパスについて和をとったものである。このため、 $\Theta_{n_a}^{rs}$ に含まれる原料パスの中で、パス上の費用の和が最小となる原料パスを見つけ、この和が負となる原料パスであれば、被約費用が負である原料パsthrough変数が見つかったことになる。この原料パスに対応する原料パス変数を生成し、シナリオ s の原料パス集合に付加する。価格付け問題 $PT(r, s, n_a)$ は、最小費用のパスを見つける問題であり、最短経路問題と

等価な問題となる。

シナリオ s ごとに生成した製品パスはすべてのシナリオで共通の製品パスとして使用できる。このため、価格付け問題により生成した製品パスは、すべてのシナリオについての製品パス集合 $\Lambda_{n_p}^{ps} (s \in S)$ に付加することが適当である。同様に、価格付け問題により生成した原料パスは、すべてのシナリオについての原料パス集合 $\Theta_{n_a}^{rs} (s \in S)$ に付加することが適当である。

4. おわりに

本研究では、佐藤らによるサプライチェーンネットワーク設計モデルを取り上げ、これらの定式化を示すとともに、アークフローを用いたノード・アーク設計モデルの定式化とパスフローを用いたノード・アーク設計モデルを示した。パスフローを用いた定式化では、パスフロー変数は指数オーダー個存在するため、直接、定式化を解くことは困難である。このため、大規模なインスタンスを解く場合、基底に入るであろうパスフロー変数を適時生成する列生成法が必要となる。そこで、列生成法を行う際に必要なパスフロー変数に対する被約費用と、パスフロー変数を生成するための価格付け問題を示した。今後は、提案したパスフローを用いたノード・アーク設計モデルに対する列生成法を用いた最適解法および近似解法の開発が必要である。

本研究は科学研究費基盤研究 C（課題番号23K04273）による成果の一部である。

参考文献

- Baryannis, G., S. Validi, S. Dani, G. Antoniou. 2019. Supply chain risk management and artificial intelligence: State of the art and future research directions. *International Journal of Production Research* **57** 2179-2202.
- Bier, T., A. Lange, C. H. Glock. 2020. Methods for mitigating disruptions in complex supply chain structures: A systematic literature review. *International Journal of Production Research* **58** 1835-1856.
- Dolgui, A., D. Ivanov, B. Sokolov. 2018. Ripple effect in the supply chain: An analysis and recent literature. *International Journal of Production Research* **56** 414-430.
- Fattahi, M., K. Govindan, E. Keyvanshokoh. 2017. Responsive and resilient supply chain network design under operational and disruption risks with delivery lead-time sensitive customers. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* **101** 176-200.
- Gholami-Zanjani, S. M., M. S. Jabalameli, W. Klibi, M. S. Pishvae. 2021. A robust location-inventory model for food supply chains operating under disruptions with ripple effects.

International Journal of Production Research **59** 301-324.

- Hasani, A., H. Mokhtari, M. Fattahi. 2021. A multi-objective optimization approach for green and resilient supply chain network design: A real-life case study. *Journal of Cleaner Production* **278**.
- Hosseini, S., D. Ivanov, A. Dolgui. 2019. Review of quantitative methods for supply chain resilience analysis. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* **125** 285-307.
- Iftikhar, A., I. Ali, A. Arslan, S. Tarba. 2024. Digital innovation, data analytics, and supply chain resiliency: A bibliometric-based systematic literature review. *Annals of Operations Research* **333**(2) 825-848.
- Ivanov, D. 2018. Supply chain resilience: Modelling, management, and control. *Structural Dynamics and Resilience in Supply Chain Risk Management*. Springer, 45-89.
- Ivanov, D., A. Dolgui. 2019. Low-Certainty-Need (LCN) supply chains: A new perspective in managing disruption risks and resilience. *International Journal of Production Research* **57** 5119-5136.
- Ivanov, D., A. Dolgui, B. Sokolov, M. Ivanova. 2017. Literature review on disruption recovery in the supply chain. *International Journal of Production Research* **55** 6158-6174.
- Jahani, H., B. Abbasi, J. Sheu, W. Klibi. 2024. Supply chain network design with financial considerations: A comprehensive review. *European Journal of Operational Research* **312** (3) 799-839.
- Katayama, N., M. Z. Chen, M. Kubo. 2009. A capacity scaling procedure for the multi-commodity capacitated network design problem. *Journal of Computational and Applied Mathematics* **232**(2) 90-101.
- Lotfi, R., Z. Sheikhi, M. Amra, M. Ali Bakhshi, G. Weber. 2024. Robust optimization of risk-aware, resilient and sustainable closed-loop supply chain network design with lagrange relaxation and fix-and-optimize. *International Journal of Logistics Research and Applications* **27**(5) 705-745.
- Rahman, T., S. K. Paula, N. Shukla, R. Agarwal, F. Taghikhah. 2022. Supply chain resilience initiatives and strategies: A systematic review. *Computers & Industrial Engineering* **170** 108317.
- Sabouhi, F., M. S. Jabalameli, A. Jabbarzadeh, B. Fahimnia. 2020. A multi-cut L-shaped method for resilient and responsive supply chain network design. *International Journal of Production Research* **58**(24) 7353-7381.
- Suryawanshi, P., P. Dutta. 2022. Optimization models for supply chains under risk, uncertainty, and resilience: A state-of-the-art review and future research directions. *Transportation*

Research Part E: Logistics and Transportation Review **157** 102553.

Vali-Siar, M. M., E. Roghanian. 2022. Sustainable, resilient and responsive mixed supply chain network design under hybrid uncertainty with considering COVID-19 pandemic disruption. *Sustainable Production and Consumption* **30** 278-300.

Zamani, E. D., C. Smyth, S. Gupta, D. Dennehy. 2022. Artificial intelligence and big data analytics for supply chain resilience: a systematic literature review. *Annals of Operations Research* **327** 605-632.

佐藤哲也, 紀睿勤, 椎名孝之, 谷水義隆. 2023. 途絶と需要の不確実性を考慮したサプライチェーンネットワークの設計と解法. 日本経営工学会秋季大会予稿集.

片山直登. 2024. 途絶リスクを考慮したノード・アークサプライチェーンネットワークモデル. 流通経済大学流通情報学部紀要 **28** (2) 1-30.