

《論文》

レジリエンス・サプライチェーンネットワーク におけるノード・アーク設計モデル

片山直登

キーワード：レジリエンス，サプライチェーン，ネットワーク設計，最適化モデル

1. はじめに

世界各地で発生する災害やパンデミックなどの混乱により、グローバルサプライチェーン企業では生産制限、供給不足、輸送費用上昇、納期遅れ、在庫不足、市場シェア喪失などの影響が発生している。このような供給途絶や施設障害による混乱の影響を緩和するためには、ネットワークの冗長性の構築、施設などの強化、回復力の確保などによるレジリエンス性を備えたサプライチェーンネットワークを構築することが重要となっている。レジリエンス性を保つための戦略は、積極的戦略と反応的戦略の2つの戦略に分類することができる。積極的戦略は、施設や設備などに混乱に耐える能力を持たせるようなサプライチェーンネットワークを強化する戦略であり、混乱発生時の供給途絶や施設障害を予測して行う事前の対策である。一方、反応的戦略は、混乱による障害に対して迅速に能力を回復する戦略であり、混乱発生後の事後対策となる。

近年、レジリエンス・サプライチェーンネットワーク設計のための最適化モデルが数多く提案されている。これまでに数多くの文献レビューが行われており、近年のものとしてはAldrighetti et al. (2021b), Dolgui and Ivanov (2021), Ivanov and Dolgui (2021), Hagele et al. (2022), Roshani (2024), Madani et al. (2024), Polo and Morillo-Torres (2025) などがある。Fattahi et al. (2017) は倉庫配置、顧客の倉庫・生産工場配分決定を行うモデルを示し、Jabbarzadeh et al. (2018) は施設立地と在庫転送を考慮した確率的ロバスト最適化モデルを示している。Ivanov and Dolgui (2019) は、構造の多様性、プロセスの柔軟性、冗長性および回復性を考慮したサプライチェーンの構築を提案している。

Zhao and You (2019) は、施設立地、生産能力決定および障害発生後の生産能力の復旧を考慮した2階層適応型ロバスト分数計画モデルを開発している。Tucker et al. (2020) は、医療品サプライチェーンを対象とし、供給不履行ペナルティ、強制的冗長化、目標安全在庫の確保や価格引き上げなどの影響について2階層確率モデルを用いて分析している。Sabouhi et al. (2020) は、複数調達先・複数輸送経路、代替供給先、追加生産能力、在庫転送・直送などのレジリエンス戦略を組み込んだ確率的最適化モデルを示し、マルチカットL字型解法を適用している。Abbasi et al. (2021) はハブ施設や配送センターの強化モデルを示している。Gholami-Zanjani et al. (2021) は、食品サプライチェーンを対象として、準備、柔軟性、応答性などのレジリエンス性を考慮した施設立地と在庫補充を最適化する混合整数最適化モデルを提案している。Sawik (2021) は、全費用資産リスクと最終製造業者のサービス資産リスクの回避最適化のための確率的混合整数最適化モデルを開発している。Namdar et al. (2021) は、予測、準備、頑健性、復旧などのレジリエンス性を考慮した多基準意思決定法を定量化し、継続性プロセスと事業継続指標を特定する2階層混合確率最適化モデルを開発している。Liu et al. (2022a) は、4階層の交錯したサプライチェーンネットワークを対象に低負荷カスケード障害モデルを用いて、製造業者間の適応的な負荷再配分の実行可能性を明らかにしている。Liu et al. (2022b) は、介入予算が限られた多階層サプライチェーンネットワークにおける混乱リスクを最小化する混合整数非線形最適化モデルを示し、遺伝的アルゴリズムを用いた解法を開発している。Sawik (2023) は、波及効果下でコスト最適とサービス最適に焦点を当てた確率的二次最適化モデルを示している。Belamkar et al. (2023) は、リング産業のサプライチェーンネットワークを対象に、収益とCO2排出量削減報酬を考慮した利益の最大化と、購入、輸送やCO2排出量コストなどの最小化を目的とする多目的混合整数輸送モデルを開発している。Liu et al. (2023) は、医療ネットワークを対象として、患者の回復確率の最大化、医療センターのコスト最小化、ウイルスによる死亡率の最小化を目的とした多階層確率最適化モデルを示している。Fallah et al. (2023) は、国内供給業者と海外供給業者の選定を考慮した柔軟な災害サプライチェーンネットワークに対して、確率的多目的混合整数線形最適化モデルを示し、遺伝的アルゴリズムや多目的粒子群最適化アルゴリズムを用いた解法を提案している。Babai et al. (2023) は、供給中断と二重調達を伴う新聞販売業者のサプライチェーンに対して、測度変更法を用いた解法を提案している。Liu et al. (2024) は、サプライチェーンネットワークの回復力、継続可能性と予算を考慮し、混乱リスクの最小化を目的とするロバスト最適化モデルを構築し、問題特定分岐限定法アルゴリズムを適用している。Echefaj et al. (2024) は、自動車やヘルスケアなどの交錯したサプライチェーンネットワークを対象に、離散事象シミュレーションモデルを用いて、複数の調達戦略や需給の混乱が個々のサプライチェーンと全体の効率化に与える影響を検証している。Lotfi et al. (2024) は、CO2排出量とエネルギー消費量、需要充

足とレジリエンス性をもつ施設配置を考慮した多面体データ駆動型ロバスト最適化モデルを示している。Kalantari Khalil Abad et al. (2025) は、持続可能な農業食品サプライチェーン設計問題に対して、多段確率計画法を用いた拡張調整可能列方向ロバスト最適化モデルを開発している。Yilmaz et al. (2025) は、感染タイプ予測のための機械学習アルゴリズムを用いた需要予測に加え、リスク回避と不確実性を考慮した統合ロバスト確率計画法を用いた医療キット配分問題を取り扱い、医療サプライチェーンにおけるレジリエンス性を評価している。Darmian et al. (2025) は、ノルウェーの循環型製造をもつ企業から着想し、混乱下のサプライチェーンにおける製品開発と設計の決定を統合することによる持続可能性、レジリエンス性、適応性と循環性を高める実行可能なサプライチェーン設計を目的とする確率最適化モデルを提案している。

レジリエンス・サプライチェーンネットワークに対して、Aldrighetti et al. (2021a) は、施設と顧客間の2階層ネットワークにおいて、冗長性、施設などの強化、回復性を含む積極的戦略と反応的戦略を考慮した多期間確率的最適化モデルを開発している。また、Aldrighetti et al. (2023) は、Aldrighetti et al. (2021a) モデルを供給者、施設と顧客間の3階層モデルに拡張している。しかしながら、他の多くのサプライチェーンネットワーク設計モデルと同様に、これら2つのモデルは現実に沿ったモデル表現をしていることから、非常に多くのパラメータ、変数や制約式を用いてモデルを記述しており、数理最適化モデルとして本質的に必要ではない表現も見られる。本研究では、Aldrighetti et al. (2023) モデルのパラメータを整理したモデルを提案するとともに、より一般化したノード設計モデルおよびアーク設計モデルを提案する。

2 Aldrighetti モデル

Aldrighetti et al. (2023) モデルは、供給者、施設および顧客の3階層で構成される多期間の確率的サプライチェーンネットワーク設計を対象としている。このモデルは、与えられた確率的シナリオのもと、計画期間中の全体の費用の最小化を目的として供給者との予備契約・主契約の選択、新設/増設する施設とその施設能力の選択、保護・強化する施設の選択、障害後の施設の復旧および供給者・施設間と施設・顧客間の商品の輸送量を決定する積極的戦略と反応的戦略を考慮したモデルである。なお、意思決定者は施設と輸送に関する意思決定を行うものとし、意思決定者は供給者および顧客を制御/管理できないものとしている。

供給者は、意思決定者との契約に従い施設に商品/原材料を供給する。施設は流通拠点または生産拠点であり、供給者から商品を購入して、供給者から購入した商品の保管/仕分け/出荷、または原材料からの商品の生産などを行う。顧客は与えられた期ごとの需要量を施設から購入する。また、確率的シナリオに従い、サプライチェーンネッ

トワーク上で災害やパンデミックなどの混乱により供給者および施設では障害が発生し、供給 / 生産能力が低下する場合がある。なお、商品 / 原材料は単に商品と表現する。

意思決定者は、供給者と主契約または予備契約を結ぶことができる。供給者の供給能力や供給量の上限を供給容量とよぶ。供給容量には複数の種類があり、それらを供給容量タイプとして区別する。主契約の場合では、複数ある容量タイプの供給容量から1つの容量タイプを契約できる。障害が発生した主契約供給者では、その期以降の供給容量が決められた比率で低下する。このように、障害によって主契約による供給容量は期によって変化することがあるため、主契約による第0期の供給容量を当初供給容量とよぶ。一方、予備契約供給者は障害を受けることはなく、障害発生期であっても必要な供給量を提供することができる。なお、予備契約供給者からの購入費用は主契約供給者からの購入費用よりも高額になる。

施設の生産・取扱い能力や生産量 / 取扱量の上限を施設容量とよぶ。施設容量には複数の種類があり、それらを施設容量タイプとして区別し、意思決定者は複数種類の施設容量タイプから最大1つの容量タイプをもつ施設の開設や増設を行うことができる。既設施設容量における施設容量の増設と、新設施設における施設容量の開設を合わせて、単に施設容量を増設すると表現する。

障害が発生した施設では、障害発生以降、決められた比率で施設容量が低下する。ここで、第0期の施設容量を当初施設容量とよぶ。障害発生後の障害継続期間中、施設容量を復旧することはできないが、障害継続期間終了以降、当初施設容量までは期ごとに一定量の施設容量を復旧することができる。なお、必ずしも復旧する必要はなく、また当初施設容量まで復旧する必要もない。

障害に対して施設を保護することができる。保護とは、例えば、部品共通化、リスクプール戦略の強化、あるいは生産システムの柔軟化などにより、障害による施設容量低下を低減することを意味する。施設の容量に対して施設容量低下を回避できる割合が複数あり、これらを保護レベルとして区別する。意思決定者は、施設の容量タイプに対して、最大1つの保護レベルを適用することができる。

Aldrighetti モデルの前提条件をまとめておく。

- 対象期間が与えられる。
- 商品は単一種類である。
- 供給者集合が与えられる。
- 既設施設集合と新設施設候補集合が与えられる。
- 保護レベルの集合が与えられる。
- 供給者に対して、契約容量タイプ集合が与えられる。
- 施設に対して、増設できる施設容量タイプ集合が与えられる。
- 顧客集合が与えられる。

- 第0期に供給者と主契約または予備契約の高々1つの契約を結ぶことができる。
- 主契約では、複数の契約容量タイプから1つのタイプを契約することができる。
- 主契約をした場合、契約にかかわる固定費用と契約容量タイプに応じた費用が発生する。
- 予備契約をした場合、固定費用が発生する。
- 施設は複数の供給者から商品を購入できる。
- 施設は主契約供給者から契約された容量タイプの供給容量までの商品を購入することができる。
- 予備契約供給者は十分な供給容量をもち、施設は必要な量の商品を購入することができる。
- 既設施設は既存の施設容量をもち、高々1つの施設容量タイプを増設することができる。
- 新設施設候補集合から、新設施設を選択することができる。新設施設には、高々1つの施設容量タイプを増設できる。
- 施設容量を増設した場合、施設容量タイプに応じた施設により異なる増設費用が発生する。
- 発生確率をもつ複数のシナリオが与えられる。
- シナリオごとに定められた一つの期に、いくつかの主契約供給者 / 施設で障害が発生する。
- 障害が発生した供給者では、供給容量タイプに応じて供給容量が低下する。
- 施設容量を保護した場合、施設容量タイプと保護レベルにしたがって一部の施設容量を保護できる。
- 施設容量を保護した場合、施設容量タイプと保護レベルに応じた費用が発生する。
- 障害が発生した施設では、未保護分の施設容量が低下する。
- 施設では、主契約供給者によって異なる購入費用、および距離と輸送量に比例した施設・顧客間の輸送費用が発生する。
- 予備契約供給者から購入する場合、主契約供給者からの購入・輸送費用にペナルティをかけた費用が発生する。
- 距離と輸送量に比例した施設・顧客間の輸送費用、および輸送量に応じた施設における在庫保管費用が発生する。
- 障害が発生した施設では、障害発生期に施設容量低下と在庫保管量に応じた損害費用が発生する。
- 施設では、障害継続期間終了後に当初施設容量まで期ごとに一定量の施設容量を復旧できる。
- 施設により異なる施設増設単価と復旧容量に応じた復旧費用が発生する。

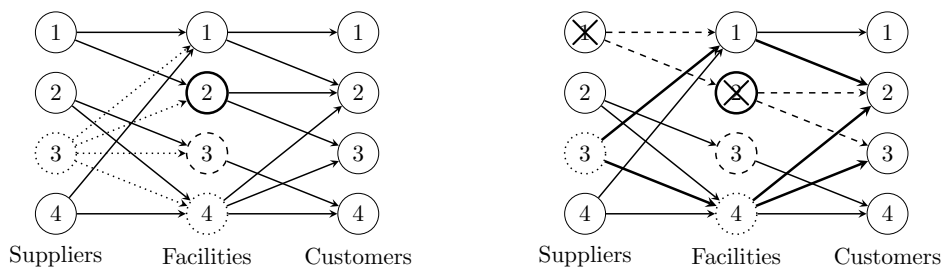


図 1 : 3 Stages Model

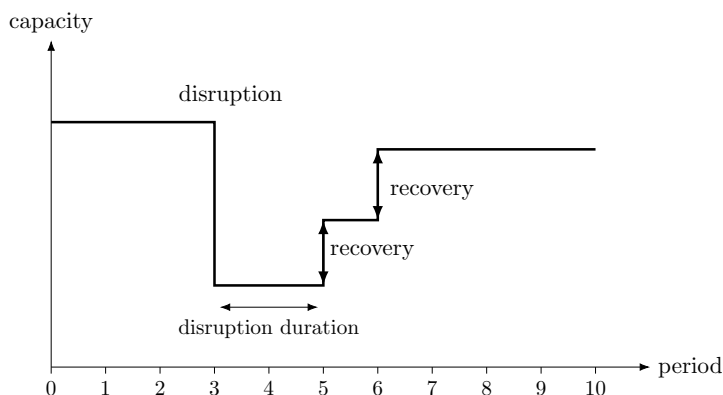


図 2 : Disruption and Recovery of Capacities

- 顧客に期ごとの需要量が与えられる。
- 顧客は複数の施設から商品を購入できる。
- 顧客への需要の未充足量に応じたペナルティ費用が発生する。
- シナリオ，期ごとに，供給者・施設間，施設・顧客間の輸送量が決まる。

Aldrighetti モデルを図 1 に示す。左図の供給者 1，2，4 は主契約供給者，3 は予備契約供給者，施設 1 は既設施設，施設 2 は保護された既設施設，施設 3 は保護された新規施設，施設 4 は新規施設である。右図は，供給者 1 および施設 2 に障害が発生した状況を表す。

供給者 1 の供給容量の低下により，施設 1 と 2 への供給量が低下する。予備契約供給者 3 が施設 1 に供給を開始する。施設 2 は保護されているが障害により施設容量が低下するため，顧客 2 と顧客 3 への供給量が減少する。予備契約供給者 3 の施設 4 への供給，施設 1 と 4 の生産量の増加および顧客 2 と 3 への輸送量の増加で対応する。

図 2 は Aldrighetti et al. (2021a) にある図を改変した図で，施設に障害が発生した際の施設容量の復旧状況の例を表す。横軸は期，縦軸は施設容量であり，第 0 期の容量が当初施設容量である。この例では，第 3 期に障害が発生し，障害継続期間は 2 期である。

第5期に1回目の復旧を実施し、第6期に2回目の復旧を実施しているが、当初施設容量までは復旧していない。

障害および施設容量の復旧に関する前提は、以下の通りである。

- 第0期ではいずれの供給者/施設でも障害は発生しない。
- 障害継続期間はすべてのシナリオ、すべての施設で同一である。
- 復旧を行う場合、当該期の復旧は当該期内に完了し、復旧費用は当該期に発生する。
- 当該期に復旧した施設容量は、次期から利用可能となる。
- 復旧を行うことができる期は、最終期の前期までである。

2.1 変数などの定義

Aldrighetti モデルで使用する集合、パラメータ、従属変数および決定変数を示す。なお、Aldrighetti モデルの定式化では変数名に大文字を多用しているが、変数とパラメータを明確に区別するため、変数名はすべて小文字に変更する。

2.1.1 集合

- K : 供給者集合
- OF : 既設施設集合
- NF : 新設施設候補集合
- I : 施設集合 ($I = OF \cup NF$)
- J : 顧客集合
- L : 供給者/施設の容量タイプ集合
- P : 保護レベル集合
- T : 期集合
- S : シナリオ集合

2.1.2 パラメータ

- CPS : 主供給契約にかかわる固定費用
- CPQ_k : 供給者 k との主供給契約にかかわる供給容量に対する契約単価
- QSl : 主契約供給者と容量タイプ l で契約された供給容量
- CBS_k : 供給者 k との予備契約にかかわる固定費用
- CI_i : 施設 i の開設にかかわる固定費用
- CC_i : 施設 i における施設容量の増設単価
- QFl : 容量タイプ l の施設容量
- ε_p : 保護レベル p で保護される施設容量比率
- P^s : シナリオ s の発生確率
- CP_k : 主契約供給者 k からの購入単価
- CT : 単位商品・単位距離当たりの輸送費用
- \bar{D}_{ki} : 供給者 k ・施設 i 間の距離

- γ : 予備契約供給者からの購入・輸送単価に対するペナルティ係数
- \bar{D}_{ij} : 施設 i ・顧客 j 間の距離
- CH : 在庫保管単価
- φ : 未充足需要に対するペナルティ費用単価
- A_{kt}^s : シナリオ s において, t 期に供給者 k で障害が発生するとき 1, そうでないとき 0 である定数
- θ_k : 障害発生時における供給者 k の供給容量に対する容量低下率
- $OPENCAP_i$: 既設施設 i の既設の施設容量
- β_p : 保護レベル p における施設容量に対する保護率
- θ_i : 障害発生時における施設 i の施設容量に対する容量低下率
- A_{it}^s : シナリオ s において, t 期に施設 i で障害が発生するとき 1, そうでないとき 0 である定数
- T_DIS : 障害の発生期
- DUR : 障害継続期間
- M : 大きな数
- D_{jt} : 顧客 j の t 期の需要量

2.1.3 従属変数

- qn_k : 主契約供給者 k の当初供給容量
- q_{kt}^s : シナリオ s における主契約供給者 k の t 期の供給容量
- qd_{kt}^s : シナリオ s における主契約供給者 k の障害による t 期の供給容量低下量
- qn_i : 施設 i の当初施設容量
- qp_i : 施設 i で保護される施設容量
- q_{it}^s : シナリオ s における t 期に利用可能な施設 i の施設容量
- qd_{it}^s : シナリオ s における t 期の障害による施設 i の施設容量低下量
- qr_{it}^s : シナリオ s における t 期に復旧可能な施設 i の施設容量の上限
- rq_{it}^s : シナリオ s において, t 期に復旧する施設 i の施設容量

2.1.4 決定変数

- f_{kl} : 契約供給者 k と容量タイプ l の主契約をするとき 1, そうでないとき 0 である 0-1 変数
- b_k : 契約供給者 k と予備契約をするとき 1, そうでないとき 0 である 0-1 変数
- y_{il} : 容量タイプ l の施設容量をもつ新設施設 i を増設するとき 1, そうでないとき 0 である 0-1 変数
- z_{il} : 既設施設 i に容量タイプ l の施設容量を増設するとき 1, そうでないとき 0 である 0-1 変数
- w_{ilp} : 容量タイプ l を増設した施設 i において, 保護レベル p の保護をするとき 1, そうでないとき 0 である 0-1 変数

- r_{ilt}^s : シナリオ s において, t 期に容量タイプ l の施設容量低下量を復旧するとき 1, そうでないとき 0 である 0-1 変数
- pf_{ai} : 既設施設 i を保護するとき 1, そうでないとき 0 である 0-1 変数
- x_{kit}^s : シナリオ s における供給者 k から施設 i への t 期の輸送量を表す非負整数変数
- u_{kit}^s : シナリオ s における予備契約供給者 k から施設 i への t 期の輸送量を表す非負整数変数
- x_{ijt}^s : シナリオ s における施設 i から顧客 j への t 期の輸送量を表す非負整数変数
- u_{jt}^s : シナリオ s における顧客 j の t 期の未充足需要量を表す非負整数変数

2.2 定式化

Aldrighetti モデルの定式化を示す. なお, Aldrighetti et al. (2023) に記述されている定式化にはいくつかの誤りと思われる個所があるが, ここでは原論文にしたがって記述する.

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize } \underbrace{\sum_{k \in K} \sum_{l \in L} (CPS + CPQ_k \cdot QS_l) f_{kl}}_{\text{主契約費用}} + \underbrace{\sum_{k \in K} CBS_k \cdot b_k}_{\text{予備契約費用}} \\
 & + \underbrace{\sum_{i \in NF} \sum_{l \in L} (CL_i + CC_i \cdot QF_l) y_{il}}_{\text{新設施設費用}} + \underbrace{\sum_{i \in OF} \sum_{l \in L} CC_i \cdot QF_l \cdot z_{il}}_{\text{既設増設費用}} \\
 & + \underbrace{\sum_{l \in L} \sum_{l \in L} QF_l \cdot CC_i \sum_{p \in P} \varepsilon_p \cdot w_{ilp}}_{\text{保護費用}} \\
 & + \sum_{s \in S} P^s \sum_{t \in T} \left[\underbrace{\sum_{i \in I} \left\{ \sum_{k \in K} (CP_k + CT \cdot \bar{D}_{ki}) x_{kit}^s \right\}}_{\text{主契約供給者からの購入・輸送費用}} + \underbrace{\sum_{k \in K} \gamma (CP_k + CT \cdot \bar{D}_{ki}) u_{kit}^s}_{\text{予備契約供給者からの購入・輸送費用}} \right. \\
 & + \underbrace{\sum_{j \in J} (CT \cdot \bar{D}_{ij} + CH) x_{ijt}^s}_{\text{輸送・在庫保管費用}} + \underbrace{(CC_i(1 - t/T) + CH) qd_{it}^s}_{\text{損害費用}} + \underbrace{CC_i \cdot r q_{it}^s}_{\text{復旧費用}} \\
 & \left. + \sum_{j \in J} \varphi \cdot u_{jt}^s \right] \quad (1) \\
 & \text{subject to}
 \end{aligned}$$

$$(\text{当初供給容量}) \quad qn_k = \sum_{l \in L} QS_l \cdot f_{kl} \quad \forall k \in K, \quad (2)$$

$$(\text{当初低下容量}) \quad qd_{kt}^s = 0 \quad \forall k \in K, t = 0, s \in S, \quad (3)$$

$$(\text{当初供給容量}) \quad q_{kt}^s = qn_k \quad \forall k \in K, t = 0, s \in S, \quad (4)$$

$$(\text{供給低下容量}) \quad qd_{kt}^s = A_{kt}^s \cdot \theta_k \cdot q_{k,t-1}^s \quad \forall k \in K, t \in T, t > 0, s \in S, \quad (5)$$

$$(\text{当期供給容量}) \quad q_{kt}^s = q_{k,t-1}^s - qd_{kt}^s \quad \forall k \in K, t \in T, t > 0, s \in S, \quad (6)$$

$$(\text{当初既設容量}) \quad qn_i = OPENCAP_i + \sum_{l \in L} QF_l \cdot z_{il} \quad \forall i \in OF, \quad (7)$$

$$(当初新設容量) \quad qn_i = \sum_{l \in L} QF_l \cdot y_{il} \quad \forall i \in NF, \quad (8)$$

$$(保護施設容量) \quad qp_i = \sum_{l \in L} QF_l \sum_{p \in P} \beta_p \cdot w_{ilp} \quad \forall i \in I, \quad (9)$$

$$(当初低下容量) \quad qd_{it}^s = 0 \quad \forall i \in I, t = 0, s \in S, \quad (10)$$

$$(当初復旧容量) \quad qr_{it}^s = 0 \quad \forall i \in I, t = 0, t = T, s \in S, \quad (11)$$

$$(当初施設容量) \quad q_{it}^s = qn_i \quad \forall i \in I, t = 0, s \in S, \quad (12)$$

$$(施設低下容量) \quad qd_{it}^s = \theta_i \cdot A_{it}^s (q_{i,t-1}^s - qp_i) \quad \forall i \in I, t \in T, t > 0, s \in S, \quad (13)$$

$$(復旧可能容量) \quad qr_{it}^s = qn_i - q_{it}^s \quad \forall i \in I, t \in T, t > (T_DIS_i + DUR), s \in S, \quad (14)$$

$$(復旧実施容量) \quad rq_{it}^s = \sum_{l \in L} QF_l \cdot \theta_i \cdot r_{ilt}^s \quad \forall i \in I, l \in L, t \in T, t > 0, s \in S, \quad (15)$$

$$(当期施設容量) \quad q_{it}^s = q_{i,t-1}^s - qd_{it}^s + rq_{i,t-1}^s \quad \forall i \in I, t \in T, t > 0, s \in S, \quad (16)$$

$$(復旧容量上限) \quad rq_{it}^s \leq qr_{it}^s \quad \forall i \in I, t \in T, t > 0, s \in S, \quad (17)$$

$$(主・予備選択) \quad \sum_{l \in L} f_{kl} + b_k \leq 1 \quad \forall k \in K, \quad (18)$$

$$(供給容量制約) \quad \sum_{i \in I} x_{kit}^s \leq q_{kt}^s \quad \forall k \in K, t \in T, s \in S, \quad (19)$$

$$(予備出荷上限) \quad \sum_{s \in S} \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} u_{kit}^s \leq M \cdot b_k \quad \forall k \in K, \quad (20)$$

$$(新設容量タイプ) \quad \sum_{l \in L} y_{il} \leq 1 \quad \forall i \in NF, \quad (21)$$

$$(既設容量タイプ) \quad \sum_{l \in L} z_{il} \leq 1 \quad \forall i \in OF, \quad (22)$$

$$(施設容量制約) \quad OPENCAP_i + \sum_{l \in L} QF_l \cdot z_{il} \leq QF_L \quad \forall i \in OF, \quad (23)$$

$$(保護レベル選択) \quad \sum_{l \in L} \sum_{p \in P} w_{ilp} \leq 1 \quad \forall i \in I, \quad (24)$$

$$(新設保護上限) \quad \sum_{l \in L} QF_l \sum_{p \in P} w_{ilp} \leq \left(OPENCAP_i + \sum_{l \in L} QF_l \cdot z_{il} \right) pfa_i \quad \forall i \quad (25)$$

$$(既設保護上限) \quad QF_l \sum_{p \in P} w_{ilp} \leq QF_l \cdot y_{il} \quad \forall i \in NF, l \in L, \quad (26)$$

$$(容量制約) \quad \sum_{j \in J} x_{ijt}^s \leq q_{it}^s \quad \forall i \in I, t \in T, s \in S, \quad (27)$$

$$(需要充足) \quad \sum_{i \in I} x_{ijt}^s + u_{jt}^s = D_j \quad \forall j \in J, t \in T, s \in S, \quad (28)$$

$$(流量保存) \quad \sum_{k \in K} (x_{kit}^s + u_{kit}^s) \geq \sum_{j \in J} x_{ijt}^s \quad \forall i \in I, t \in T, s \in S, \quad (29)$$

$$(復旧回数) \quad \sum_{l \in L} r_{ilt}^s \leq 1 \quad \forall i \in I, t \in T, s \in S, \quad (30)$$

$$f_{kl} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K, l \in L, \quad (31)$$

$$b_k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K, \quad (32)$$

$$y_{il} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in NF, l \in L, \quad (33)$$

$$z_{il} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in OF, l \in L, \quad (34)$$

$$w_{ilp} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, l \in L, p \in P, \quad (35)$$

$$pfa_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in OF, \quad (36)$$

$$r_{ilt}^s \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T, s \in S, \quad (37)$$

$$x_{kit}^s \in \mathbb{N} \quad \forall k \in K, i \in I, t \in T, s \in S, \quad (38)$$

$$u_{kit}^s \in \mathbb{N} \quad \forall k \in K, i \in I, t \in T, s \in S, \quad (39)$$

$$x_{ijt}^s \in \mathbb{N} \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T, s \in S, \quad (40)$$

$$u_{jt}^s \in \mathbb{N} \quad \forall j \in J, t \in T, s \in S. \quad (41)$$

(1)式は総費用を表す目的関数であり、これを最小化する。第1項は、主供給契約の固定費用と契約容量タイプ l にかかわる供給者 k との契約の変動費用の和に主契約の有無をかけたものであり、主契約費用を表す。第2項は、供給者 k に対する予備契約の固定費用に予備契約の有無をかけたものであり、予備契約費用を表す。第3項は、新設施設 i の開設のための固定費用に、施設 i の容量増設単価と容量タイプ l の施設容量の積である変動費用を加えたものに、当該容量タイプをもつ施設の開設の有無をかけたものであり、新設施設における施設費用を表す。なお、 CL_i は CI_i の誤りと思われる。第4項は、既設施設 i の容量増設単価と容量タイプ l の施設容量の積に当該タイプ容量の増設の有無をかけたものであり、既設施設における施設費用を表す。第5項は、容量タイプ l の施設容量、保護される施設 i の容量増設単価、保護レベル p で保護される施設容量比率と保護の有無の積である保護費用である。なお、 ε_p は、容量増設費用に対する保護にかかる費用比率とみなすのが適当である。また、 $l \in L$ の一つは $i \in I$ が適当である。第6項は、主契約供給者 k からの購入単価に輸送単価と供給者 k ・施設 i 間の輸送距離の積を加えたものに、供給者 k ・施設 i 間の主契約における輸送量をかかけたシナリオ s における t 期の主契約供給者からの購入・輸送費用である。第7項は、予備契約供給者 k からの購入単価に輸送単価と供給者 k ・施設 i 間の輸送距離の積を加えたものに、供給者 k ・施設 i 間の輸送量をかかけた費用に、さらにペナルティ率をかかけたシナリオ s における t 期の予備契約供給者からの購入・輸送費用である。第8項は、輸送単価と施設 i ・顧客 j 間の距離の積に在庫保管単価を加えたものに、輸送量をかかけたシナリオ s における t 期の施設・顧客間の輸送・在庫保管費用である。第9項は、施設 i の容量増設単価と障害による t 期以降の施設費用損害率の積に在庫保管単価を加えたものに、障害を受けた施設の容量低下量をかかけたシナリオ s における t 期の損害費用である。

なお, T は集合であるため, 厳密には $\max(T)$ が適当である. 第10項は, 施設 i の容量増設単価に復旧した施設容量をかけたシナリオ s における t 期の復旧費用である. 第11項は, 未充足需要量に対する単位ペナルティ費用単価と未充足需要量の積である顧客 j に対する需要未充足費用である.

(2)式は, 容量タイプ l の主契約の有無による供給者 k の当初供給容量を表す. (3)式は, シナリオ s において, 供給者 k が第0期に障害を受ける供給容量が0であることを表す. (4)式は, シナリオ s において, 供給者 k の第0期の供給容量が当初供給容量であることを表す. (5)式は, シナリオ s において, 供給者 k が t 期に障害を受けたとき, 障害時の供給容量低下率と前期供給容量の積が当期供給容量低下量となることを表す. (6)式は, シナリオ s の第1期以降の期において, 供給者 k の前期供給容量と当期の容量低下量の差が, 当期の供給者 k の供給容量となることを表す. (7)式は, 既設施設 i において, 開設済みの施設容量と容量タイプ l で増設した施設容量の和が当初施設容量であることを表す. (8)式は, 新設施設 i において, 容量タイプ l で増設した施設容量が当初施設容量であることを表す. (9)式は, 容量タイプ l をもつ施設 i に対して保護レベル p の保護を行うとき, 施設容量と障害保護率との積が保護される施設容量となることを表す. なお, β_p は施設容量保護率と解釈することが適当である.

(10)式は, シナリオ s において, 施設 i が第0期に障害を受ける施設容量が0であることを表す. (11)式は, シナリオ s において, 施設 i の第0期および最終期の復旧可能な施設容量が0であることを表す. (12)式は, シナリオ s において, 施設 i の第0期の施設容量が施設 i の当初施設容量であることを表す. (13)式は, シナリオ s において, 施設 i が t 期に障害を受けたとき, 前期施設容量と保護された施設容量の差に障害時の施設容量低下率をかけたものが, 施設 i の当期施設容量低下量となることを表す. (14)式は, シナリオ s において, 施設 i の障害継続期間終了後では, 当初施設容量と当期施設容量の差が施設 i の当期の復旧可能な施設容量の上限となることを表す.

(15)式は, シナリオ s において, 施設 i を t 期に復旧した場合, 容量タイプ l の施設容量と障害時における施設容量低下率の積が復旧する施設容量となることを表す. なお, $l \in L$ は不要と思われる. (16)式は, シナリオ s において, 施設 i の前期施設容量と当期施設容量低下量の差に, 前期復旧施設容量を加えたものが, 施設 i の当期施設容量となることを表す. (17)式は, シナリオ s において, 施設 i の t 期の復旧施設容量が復旧可能な施設容量の上限以下であることを表す.

(18)式は, いずれかの容量タイプ l の主供給者契約, または予備供給者契約のうち高々1つの契約を供給者 k と行うことを表す. (19)式は, シナリオ s において, 供給者 k から各施設への t 期の輸送量の和が供給者 k の当期供給容量以下となることを表す. (20)式は, 供給者 k と予備供給者契約をしたときに限り, 各シナリオの各期において供給者 k から各施設へ輸送が可能であり, そうでないとき輸送できないことを表

す。(21)式は、新設施設 i において、高々1つの容量タイプの施設容量を増設できることを表す。(22)式は、既設施設 i において、高々1つの容量タイプの施設容量を増設できることを表す。

(23)式は、既設施設 i において、開設済みの施設容量と容量タイプ l の施設容量の和が最大施設容量以下となることを表す。なお、 QF_l が定義されていないが、 QF_l は最大施設容量と思われる。(24)式は、施設 i の保護に関して、取り得る保護レベルと容量タイプの組合せは高々一つであることを表す。(25)式は、既設施設 i を保護したときに、保護できる容量は既設の施設容量と増設された容量タイプ l の施設容量の和以下であり、保護しないときに0であることを表す。なお、(25)式の右辺には $z_{ii} \cdot pfa_i$ となる2次項があるため、Aldrighetti モデルでは(25)式の線形化を提案している。(26)式は、新設施設 i に容量タイプ l の施設容量を増設したときに限り、容量タイプ l を保護できることを表す。

(27)式は、シナリオ s において、施設 i から顧客への t 期の輸送量の合計が施設 i の当期施設容量以下であることを表す。(28)式は、シナリオ s の t 期において、各施設からの輸送量と顧客 j の未充足需要量の合計が顧客 j の需要量に一致することを表す。なお、 D_j は D_{jt} と思われる。(29)式は、シナリオ s において、施設 i から各顧客への t 期の輸送量の合計は、主契約供給者と予備契約供給者からの施設 i への輸送量の合計以下であることを表す。

(30)式は、シナリオ s において、施設 i の施設容量は t 期に高々1回しか復旧できないことを表す。(31)式から(37)式は変数の0-1条件、(38)式から(41)式は変数の非負整数条件である。また、(37)式の $j \in J$ は $l \in L$ と思われる。

第0期の復旧を表す変数 r_{i0}^s および rq_{i0}^s は(16)式と(30)式に現れるが、この定式化では定義されない。

(19)式では期間集合 T を対象としているが、第0期には需要や輸送量が発生しないと考えられることから、 $t > 0$ を加えることが適当と考える。同様に、(19)式以降、第0期について必要のない制約式および変数が見受けられるため、適時、 $t > 0$ を加えることが適当と考える。

(14)式において、 T_DIS_i は記号の定義では T_DIS である。 T_DIS_i である場合は、施設により障害が発生する期が異なることになる。また、シナリオによって障害が発生する期が異なると考えると、 $T_DIS_i^s$ または $T_DIS_i^s$ が適当と思われる。なお、論文内の数値例ではシナリオによらず障害発生期を第1期に固定している。

(14)式では、 $0 < t \leq T_DIS_i + DUR$ である障害継続期終了以前の期間において、復旧可能容量 qr_{it}^s は定義されていないため、この期間において qr_{it}^s は任意の値を取りうることになる。また、(15)式および(17)式より、障害が発生していないにも関わらず復旧実施容量 rq_{it}^s が正を取り得るため、 $0 < t \leq T_DIS_i + DUR$ の期間において、 $qr_{it}^s = 0$ が必

要と考える。なお、論文内の数値例ではシナリオによらず障害発生期が第1期と固定されているため障害発生期以前は存在しない。また、障害継続期間中の復旧可能施設容量が0と想定していると思われる。

w_{ip} は容量タイプの増設とは無関係に1を取り得ることから、(25)式より容量タイプの容量の増設がない場合、開設時の施設容量までであれば、任意の容量タイプに対する保護ができると思われる。一方、(26)式の新設施設の保護では、新設施設において増設した容量タイプの施設容量に対する保護である。既設施設において容量タイプの増設がないときは、既設の施設容量に対して任意の容量タイプに対する保護ができることとなり、矛盾があるように思われる。

(26)式の両辺を QF_i で割ることで、(26)式を簡略化できる。

新設施設の場合、(21)式より高々1つのタイプの容量が増設される。(13)式より、施設容量低下量は保護された部分を除く施設容量に容量低下率 θ_i をかけたものである。また、(15)式より、復旧を実施する場合、復旧する容量は施設容量に(13)式と同じ容量低下率 θ_i をかけたものであり、 $qd_{it}^s \leq rq_{it}^s$ となる。一方、対象期間中に障害が1回のみ発生する場合は、(13)式と(16)式より $qr_{it}^s = qd_{it}^s$ であり、 $qr_{it}^s \leq rq_{it}^s$ となる。これは容量低下量が復旧する容量を越えることを意味しており、 β_p が0でない限り(17)式を満たさないと思われる。そのため、 r_{it}^s は復旧の有無を表す0-1変数ではなく復旧率を表す0から1の連続変数とするか、(13)式と(15)式の θ_i を異なるパラメータとすることが適切と考える。

この定式化では、従属変数に対する非負制約式を省略している。このため、従属変数を取り得るインデックスの範囲が不明確な場合がある。

(38)式から(41)式で定義される変数は非負整数となるため、Aldrighetti モデルは大規模な整数計画問題となる。しかしながら、モデルの性質上、整数ではなく連続数とした非負条件で十分であると思われる。

3 Aldrighetti の整理モデル

現実に合わせて費用や容量などのパラメータ、変数や制約式などを表現しているため、Aldrighetti モデルは膨大な数のパラメータ、変数および制約式により構成されている。本節では、パラメータ、変数および制約式を整理するとともに、一部を一般化した Aldrighetti の整理モデルを示す。

既設施設と新設施設の違いは既存の施設容量をもつか否かであることから、新設施設の既設容量を0とすることで両施設を同一に扱う。また、容量0の容量タイプを容量タイプ集合に付加し、容量増設をしない場合は容量0の容量タイプを増設することとする。同様に、容量0の容量タイプを供給者の容量タイプ集合に付加する。容量0の容量タイ

プの契約は、主契約をしない、または予備契約をするのいずれかに対応する。加えて、供給者と施設を合わせたものをノードと表現する。施設容量や主契約容量を容量とよび、施設容量の費用や主契約費用を容量費用とよぶ。また、容量タイプを増設／契約することを単に容量タイプを選択すると記述する。さらに、施設の容量タイプごとの保護レベルの保護を可能とする。

サプライチェーン上の供給者が意思決定者と同一組織に属する場合、供給者の容量の保護や復旧を検討する必要がある。そこで、このモデルでは、供給者の容量タイプごとの保護レベルの保護や復旧を可能とする。同一組織に属さない場合や保護や復旧を検討しない場合は、保護や復旧が生じないようにパラメータや集合の設定で対応する。

Aldrighetti の整理モデルにおける変更点を次にまとめておく。

- 複数のパラメータを単一のパラメータで置き換えることが可能な場合、単一のパラメータで置き換える。
- 供給者と施設を合わせたものをノードとよぶ。
- 供給者の供給容量と施設の施設容量を容量とよぶ。
- 主供給者の容量タイプ集合に容量0である容量タイプを付加する。
- 予備供給者の容量タイプ集合の要素は、容量が0と当期の総需要量である容量タイプとする。
- 既設施設の容量タイプは、既設の施設容量と増設可能な容量の和の容量をもつ容量タイプとする。
- 新設施設では、容量0をもつ容量タイプを容量タイプ集合に加える。
- 施設と同様に、供給者の容量を保護することができる。保護しない供給者では、保護レベル集合を空集合とする。
- 施設と同様に、障害を受けた主供給者の容量を復旧することができる。復旧しない主供給者では、復旧費用単価を ∞ とする。
- 施設と同様に、障害を受けた主供給者の損害費用を考慮することができる。損害費用を考慮しない主供給者では、損害費用単価を0とする。
- 障害発生期は、シナリオごとに異なる。
- 障害継続期間は、シナリオ、ノードごとに異なる。
- 第 $\max(T)$ 期も復旧可能とする。実際には復旧した容量が利用可能になる前に費用が発生するため、第 $\max(T)$ 期には復旧はしない。

次にモデルの前提条件で、Aldrighetti モデルと異なるものを示す。

- ノード集合が与えられている。
- 各ノードに対して、容量タイプ集合が与えられる。
- ノードでは、容量タイプ集合から一つの容量タイプを選択する。
- 容量タイプの選択に対して、容量費用が発生する。

- シナリオごとに、定められた期においていくつかのノードで障害が発生する.
- シナリオ、ノードごとに、障害時の容量低下率が与えられる.
- シナリオ、ノードごとに、障害継続期間が与えられる.
- ノードに対して、容量タイプごとの保護レベル集合が与えられ、容量タイプに対して保護することができる.
- 容量タイプの保護に対して、保護費用が発生する.
- 障害により低下した容量を復旧することができる.
- ノードの容量低下量の復旧に対して、復旧費用が発生する.

3.1 変数などの定義

Aldrighetti の整理モデルで用いる集合、パラメータ、従属変数および決定変数を示す。ここでは、Aldrighetti モデルと異なるものを示す。

3.1.1 集合

- N : ノード集合 ($N = K \cup I$)
- L_n : ノード n の容量タイプ集合
- P_{nl} : ノード n , 容量タイプ l の保護レベル集合
- T_1 : 第 0 期を除く期集合
- T_n^s : シナリオ s におけるノード n の障害継続期間終了以降の期間集合

3.1.2 パラメータ

- B_{nl} : ノード n の容量タイプ l を選択したときの容量費用
- C_{nl}^p : ノード n において容量タイプ l に保護レベル p の保護をするときの保護費用
- E_k : 供給者 k との予備供給契約費用
- F^s : シナリオ s の発生確率
- G_{ki} : 施設 i における主契約供給者 k からの購入単価と供給者 k からの輸送単価の和
- H_{ki} : 施設 i におけるペナルティを含む予備契約供給者 k からの購入単価と供給者 k からの輸送単価の和
- O_{ij} : 施設 i における在庫保管単価と施設 i から顧客 j への輸送単価の和
- Q_n^t : ノード n における障害に関する t 期の損害費用単価
- R_n : ノード n における容量復旧費用単価
- U : 未充足需要に対するペナルティ費用単価
- V_{nl} : ノード n の容量タイプ l の容量
- W_{nl}^p : ノード n の容量タイプ l の容量のうち、保護レベル p で保護される容量
- X_n^{st} : シナリオ s における t 期のノード n の容量低下率
- Y_{nl} : ノード n の容量タイプ l の容量に対する 1 期当たりの最大復旧容量
- D_j^t : シナリオ s における顧客 j の t 期の需要量
- D^t : シナリオ s における t 期の需要量合計

3.1.3 従属変数

- a_n^{st} : シナリオ s におけるノード n の t 期の容量低下量
- b_n^{st} : シナリオ s におけるノード n の t 期の復旧容量
- c_n^{st} : シナリオ s におけるノード n の t 期の容量

3.1.4 決定変数

- y_{nl} : ノード n でタイプ l の容量を選択したとき 1, そうでないとき 0 である 0-1 変数
- x_{ki}^{st} : シナリオ s におけるノード k からノード i への t 期の輸送量を表す非負変数
- z_{nl}^p : ノード n でタイプ l の容量を保護レベル p で保護したとき 1, そうでないとき 0 である 0-1 変数
- v_k : 施設 k と予備供給契約をしたとき 1, そうでないとき 0 である 0-1 変数
- u_{ki}^{st} : シナリオ s における予備契約供給者 k から施設 i への t 期の輸送量を表す非負変数
- w_j^{st} : シナリオ s における顧客 j の t 期の未充足需要量を表す非負変数
- r_{nl}^{st} : シナリオ s の t 期におけるノード n のタイプ l の容量の復旧率を表す 0 から 1 の連続変数

3.2 定式化

Aldrighetti の整理モデルの定式化を示す.

$$\begin{aligned}
 \text{minimize } & \sum_{n \in N} \sum_{l \in L_n} \underbrace{(B_{nl} y_{nl} + \sum_{p \in P_{nl}} C_{nl}^p z_{nl}^p)}_{\text{容量・保護費用}} + \sum_{k \in K} \underbrace{E_k v_k}_{\text{予備契約費用}} \\
 & + \sum_{s \in S} F^s \sum_{t \in T_1} \left[\sum_{i \in I} \left\{ \sum_{k \in K} \underbrace{(G_{ki} x_{ki}^{st} + H_{ki} u_{ki}^{st})}_{\text{購入・輸送費用}} + \sum_{j \in J} \underbrace{O_{ij} x_{ij}^{st}}_{\text{輸送費用}} \right\} + \sum_{n \in N} \underbrace{(Q_n^t a_n^{st} + R_n b_n^{st})}_{\text{損害・復旧費用}} \right. \\
 & \left. + \sum_{j \in J} \underbrace{U w_j^{st}}_{\text{未充足費用}} \right] \tag{42}
 \end{aligned}$$

subject to

$$(\text{タイプ選択}) \quad \sum_{l \in L_k} y_{kl} + v_k = 1 \quad \forall k \in K, \tag{43}$$

$$(\text{タイプ選択}) \quad \sum_{l \in L_i} y_{il} = 1 \quad \forall i \in I, \tag{44}$$

$$(\text{容量保護}) \quad \sum_{p \in P_{nl}} z_{nl}^p \leq y_{nl} \quad \forall l \in L_n, n \in N, \tag{45}$$

$$(\text{当初容量}) \quad c_n^{s0} = \sum_{l \in L_n} V_{nl} y_{nl} \quad \forall n \in N, s \in S, \tag{46}$$

$$(\text{低下容量}) \quad a_n^{st} = X_n^{st} (c_n^{s,t-1} - \sum_{l \in L_n} \sum_{p \in P_{nl}} W_{nl}^p z_{nl}^p) \quad \forall t \in T_1, n \in N, s \in S, \tag{47}$$

$$(\text{当期容量}) \quad c_n^{st} = c_n^{s,t-1} - a_n^{st} + b_n^{s,t-1} \quad \forall t \in T_1, n \in N, s \in S, \tag{48}$$

$$(復旧上限) \quad b_n^{st} \leq c_n^{s0} - c_n^{st} \quad \forall t \in T_n^s, n \in N, s \in S, \quad (49)$$

$$(復旧容量) \quad b_n^{st} = \sum_{l \in L_n} Y_{nl} r_{nl}^{st} \quad \forall t \in T_n^s, n \in N, s \in S, \quad (50)$$

$$(復旧不可) \quad b_n^{st} = 0 \quad \forall t \in T \setminus T_n^s, n \in N, s \in S, \quad (51)$$

$$(復旧回数) \quad r_{nl}^{st} \leq y_{nl} \quad \forall l \in L_n, t \in T_n^s, n \in N, s \in S, \quad (52)$$

$$(復旧回数) \quad r_{nl}^{st} = 0 \quad \forall l \in L_n, t \in T_1 \setminus T_n^s, n \in N, s \in S, \quad (53)$$

$$(供給容量) \quad \sum_{i \in I} x_{ki}^{st} \leq c_k^{st} \quad \forall k \in K, t \in T_1, s \in S, \quad (54)$$

$$(予備上限) \quad \sum_{i \in I} u_{ki}^{st} \leq D^t v_k \quad \forall k \in K, t \in T_1, s \in S, \quad (55)$$

$$(施設容量) \quad \sum_{j \in J} x_{ij}^{st} \leq c_i^{st} \quad \forall i \in I, t \in T_1, s \in S, \quad (56)$$

$$(流量保存) \quad \sum_{k \in K} (x_{ki}^{st} + u_{ki}^{st}) = \sum_{j \in J} x_{ij}^{st} \quad \forall i \in I, t \in T_1, s \in S, \quad (57)$$

$$(需要充足) \quad \sum_{i \in I} x_{ij}^{st} + w_j^{st} = D_j^t \quad \forall j \in J, t \in T_1, s \in S, \quad (58)$$

$$y_{nl} \in \{0, 1\} \quad \forall l \in L_n, n \in N, \quad (59)$$

$$z_{nl}^p \in \{0, 1\} \quad \forall p \in P_{nl}, l \in L_n, n \in N, \quad (60)$$

$$v_k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K, \quad (61)$$

$$0 \leq r_{nl}^{st} \leq 1 \quad \forall l \in L_n, t \in T_1, n \in N, s \in S, \quad (62)$$

$$x_{ki}^{st} \geq 0 \quad \forall k \in K, i \in I, t \in T_1, s \in S, \quad (63)$$

$$x_{ij}^{st} \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T_1, s \in S, \quad (64)$$

$$u_{ki}^{st} \geq 0 \quad \forall k \in K, i \in I, t \in T_1, s \in S, \quad (65)$$

$$w_j^{st} \geq 0 \quad \forall j \in J, t \in T_1, s \in S, \quad (66)$$

$$a_n^{st} \geq 0 \quad \forall t \in T_1, n \in N, s \in S, \quad (67)$$

$$c_n^{st} \geq 0, b_n^{st} \geq 0 \quad \forall t \in T, n \in N, s \in S. \quad (68)$$

(42)式は総費用を表す目的関数であり、これを最小化する。第1項はノード n の容量タイプ l にかかわる容量費用を表す。 B_{nl} は Aldrighetti モデルにおける $CPS + CPQ_k \cdot QS_l$, $CL_i + CC_i \cdot QF_l$, または $CC_i \cdot QF_l$ に対応し、 y_{nl} は f_{kl} , y_u または z_u に対応する。第2項は容量タイプ l にかかわるノード n における保護費用である。 C_{nl}^p は $QF_l \cdot CC_{i \in p}$ に対応し、 z_{nl}^p は w_{ip} に対応する。第3項は予備契約供給者 k との予備契約費用を表す。 E_k は CBS_k に対応し、 v_k は b_k に対応する。第4項は主契約供給者 k から施設 i への購入・輸送費用である。 F^s は P^s に対応し、 G_{ki} は $CP_k + CT \cdot \bar{D}_{ki}$, x_{ki}^{st} は x_{kit}^s に対応する。第5項は予備契約供給者 k から施設 i への購入・輸送費用である。 H_{ki} は $\gamma (CP_k + CT \cdot \bar{D}_{ki})$ に対応し、 u_{ki}^{st} は u_{kit}^s に対応する。第6項は施設 i ・顧客 j 間の輸送・在庫保管費用である。 O_{ij} は $CT \cdot \bar{D}_{ij} + CH$ に対応する。第7項はノード n における損害費用である。 Q_n^t は $CC_i (1 - t/T) + CH$ に対応し、 a_n^{st} は qd_{it}^s に対応する。第8項はノード n における

復旧費用である。 R_n は CC_i に対応し、 b_n^{st} は rq_{it}^s に対応する。第9項は顧客 j の未充足需要にかかわる費用である。 U は ϕ に対応し、 w_j^{st} は u_j^s に対応する。

(43)式は、供給者 k に対して、いずれかの容量タイプ l の主供給または予備供給契約から1つを選択することを表す。なお、容量0の容量タイプを集合に含むため、不等式から等式に変更している。(44)式は、施設 i では1つの容量タイプを選択することを表す。なお、容量0の容量タイプを集合に含むため、不等式から等式に変更している。(45)式は、ノード n において、容量タイプ l が選択された場合に限り、容量タイプ l の保護ができることを表す。オリジナルモデルと比べて容量タイプに対して非集約化し、上限を変数 y_{nl} で抑えている。

(46)式は、シナリオ s におけるノード n の第0期の容量を表す。 c_m^s は q_{it}^s に対応し、 V_{nl} は QS_l に対応する。(47)式は、シナリオ s において、 t 期にノード n が障害を受けたとき、前期容量と当期容量保護量の差に容量低下率をかけたものがノード n の当期容量低下量となり、そうでないときは0であることを表す。なお、オリジナルモデルにおける保護施設容量変数 qp_n を省略している。 X_n^{st} は $A_{kt}^s \cdot \theta_k$ または $A_{it}^s \cdot \theta_i$ 、 W_{nl}^p は $QF_l \cdot \beta_p$ に対応する。(48)式は、シナリオ s の t 期において、ノード n の当期容量は前期容量と当期容量低下量の差に、前期復旧容量を加えたものとなることを表す。(49)式は、シナリオ s の障害継続期間終了以後の t 期において、ノード n の復旧容量は当初容量と当期容量の差以下であることを表す。

(50)式は、シナリオ s の t 期におけるノード n の復旧容量を表す。 Y_{nl} は $QF_l \cdot \theta_i$ に対応する。(51)式は、シナリオ s において、障害継続期間終了以前のノード n の復旧可能容量は0となることを表す。(52)式は、シナリオ s の障害継続期間終了以後において、ノード n で容量タイプ l が選択された場合に限り、容量タイプ l の容量を高々1回しか復旧できないことを表す。オリジナルモデルと比べて非集約化し、上限を変数 y_{nl} で抑えている。 r_{nl}^{st} は r_{it}^s に対応する。(53)式は、シナリオ s において、障害継続期間終了以前のノード n の容量復旧率は0となることを表す。(54)式は、シナリオ s において、供給者 k から各施設への t の期輸送量の和が供給者 k の当期容量以下となることを表す。(55)式は、供給者 k と予備供給者契約をしたときに限り、供給者から各施設へ t 期の需要量合計までの輸送が可能であり、そうでないとき輸送量が0であることを表す。オリジナルモデルと比べて容量にタイプ対して非集約化し、かつ M を需要量合計で置き換えている。(56)式は、シナリオ s において、施設 i から各顧客への t 期の輸送量の和が施設 i の当期容量以下となることを表す。(57)式は、シナリオ s において、施設 i から顧客への t 期の輸送量は主契約供給者と予備契約供給者からの輸送量に一致することを表す。オリジナルモデルでは不等式であるが、等式に置き換えている。(58)式は、シナリオ s において、施設 i からの顧客 j への t 期の輸送量と顧客 j の t 期の未充足需要量の合計が顧客の需要量に一致することを表す。(59)式から (61)式は変数の0-1条件、

(62)式は0から1までの連続条件, (63)式から(68)式は変数の非負条件である. また, (62)式では, オリジナルモデルの0-1変数を0から1の連続変数に置き換え, (63)式から(68)式では整数条件を緩和している. なお, この定式化ではすべての従属変数に対する非負制約式を記述しているため, オリジナルモデルの定式化よりも非負条件式が増加している.

4 ノード設計モデル

この節では, ノード上の容量を選択する際に発生するノード費用, アーク上の輸送などにかかわるフロー費用をもつ, 1始点・多終点・多品種・多階層ネットワーク上のノード設計モデルとした定式化を示す.

供給者と施設をあわせて実ノードとよぶ. 実ノードに, 顧客と需要合計が発生するダミーの始点を加えたものをノードと定義する. 実ノードのノード費用には容量0の費用0を含むことができる. なお, 始点と顧客ではノード費用は発生しない. 始点と供給者間, 輸送が発生する可能性のあるノード間, および始点と顧客間にアークを設定する. 供給者や施設は1階層である必要はなく, 複数の供給者や複数の施設を経由して顧客に商品を提供することや供給者間および施設間の在庫転送を可能とするため, 供給者間および施設間にもアークを設定できる.

このモデルでは, 商品や未充足の需要はアーク上を流れることから, アーク上の商品の流れをフロー, これらの量をフロー量とよぶ. 実ノードを始点とするアークでは容量タイプに対応する複数タイプの内の1つのフローが流れることができ, その他のノードを始点とするアーク上ではタイプに関係のないフローが流れることができる. 実ノードを始点とするアークには, 各容量タイプのフローに対する購入・在庫保管・製造・輸送費用であるフロー費用が発生し, これらはフロー量に比例する変動費用とする. また, 始点・実ノード間のアーク上のフロー費用を0とする. 始点・顧客間のアーク上のフローは未充足需要に対応し, フロー費用を未充足ペナルティ費用とする.

実ノードの容量は障害により低下する場合があります, この容量低下を復旧できる場合がある. 一方, 障害を受けない, 保護ができない, または容量低下を復旧できない実ノードを設定することができ, この場合は X_n^{st} , W_{nl}^p または Y_{nl} を0に設定する.

オリジナルモデルでは期ごとに顧客需要が与えられたが, このモデルではシナリオごと, 期ごとに顧客需要が与えられる. シナリオごと, 実ノードごとに障害の発生期および継続期間は異なる. 実ノードが供給者の場合, 予備契約に対応する容量タイプを当期の総需要量として容量タイプ集合に付加することで, 予備契約を主契約に含めて扱う. また, 予備契約に対応しない実ノードの容量タイプを保護することができ, 実ノードごとに保護レベル集合が与えられる. 保護できない場合は, 保護レベル集合を空集合とする.

このモデルでは、容量タイプごとにフロー費用を設定することができるため、予備契約と主契約の区別をすることなくモデルを表現することができる。加えて、容量タイプに応じて、在庫保管費用、製造費用や輸送費用を設定できることから、規模の経済性を考慮した費用を設定することができる。また、オリジナルモデルでは増設費用と復旧費用が同一としていたが、個別にこれらの費用を設定することができる。

Aldrighetti モデルでは障害の発生期は1つの期に限定しているが、複数の期に障害が発生する場合も考慮する。初回障害発生以降の期で障害継続期間以外の期では容量の復旧が可能であることから、これらの期間を復旧可能期間とよぶ。また、復旧可能期間のうち、障害継続期間終了後の1期を除く期間を復旧容量利用可能期間とよぶ。

前述のモデルからの変更点をまとめておく。

- 始点、供給者、施設および顧客からなるノード集合が与えられる。
- 供給者および施設からなる実ノード集合が与えられる。
- 始点・供給者間、始点・顧客間およびフローが発生する可能性のある実ノード間からなるアーク集合が与えられる。
- ノードに対して、複数の容量タイプが与えられる。始点の容量タイプは1つで、容量は ∞ とする。
- 実ノードに対して、容量タイプごとのノード費用が与えられる。
- ノードを始点とするアーク上に容量タイプに対応するフローが流れる。
- ノードを始点とするアーク上のフローに対する容量タイプごとのフロー費用が与えられる。始点・実ノード間のフロー費用は0とする。
- シナリオごとに定められた複数の期に、いくつかの実ノードで障害が発生し、容量が低下する。
- シナリオ、ノードごとに、障害時の容量低下量と障害の復旧可能期間が与えられる。
- 障害から保護できる実ノードが与えられる。
- 保護できる実ノードごとに保護レベル集合が与えられる。
- 容量低下を復旧できる実ノードが与えられる。
- 復旧できる実ノードでは、当初容量まで任意の容量を復旧することができる。
- 顧客には、シナリオ、期ごとの需要量が与えられる。
- 始点では、シナリオ、期ごとに需要量の合計が発生する。

ノード設計モデルを表したネットワーク図を図3に示す。太線の実ノードである供給者および施設内にある円は、容量タイプに対応する。シナリオごと、期ごとに、全需要量に相当するフローが始点から発生し、供給者や施設である実ノードを経由し、あるいは直接、顧客に流れる。直接、始点から顧客に流れるフローは、未充足需要に対応する。実ノードを始点とするアーク上では、いずれかの容量タイプのフローが流れる。また、供給者間および施設間のフローも認めている。

4.1 変数などの定義

ノード設計モデルで用いる集合, パラメータ, 従属変数および決定変数を示す.

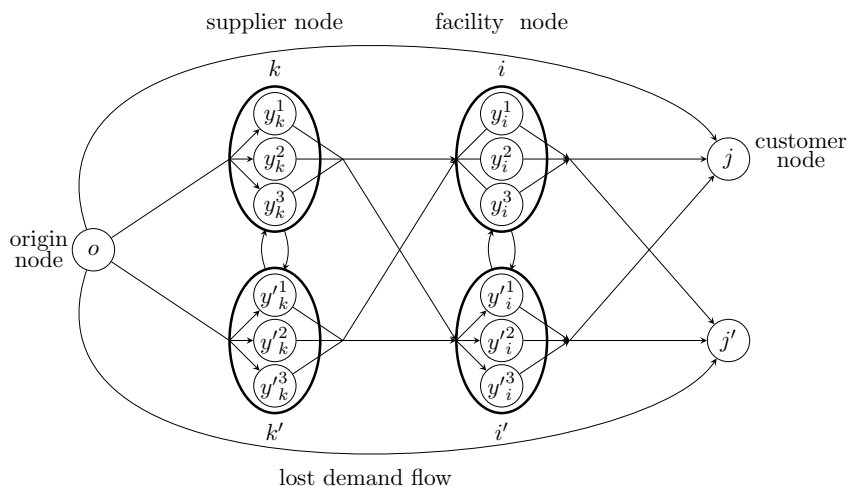


図 3 : Node Design Model

4.1.1 集合

- N : ノード集合
- J : 顧客集合
- N_r : 実ノード集合, $N_r = N \setminus (\{o\} \cup J)$
- A : アーク集合
- L_n : ノード n の容量タイプ集合
- P_{nl} : ノード n , 容量タイプ l の保護レベル集合
- T : 期集合
- T_1 : 第 0 期を除く期集合
- T_n^s : シナリオ s , ノード n の復旧可能期間集合
- $T_n'^s$: シナリオ s , ノード n の復旧容量利用可能期間集合
可能期間集合
- S : シナリオ集合

4.1.2 パラメータ

- o : 始点
- B_{nl} : 実ノード n に容量タイプ l を選択したときに発生するノード費用
- C_{nl}^p : 実ノード n の容量タイプ l に保護レベル p の保護をするときの保護費用
- F^s : シナリオ s の発生確率
- G_{ijl} : アーク (i, j) 上の容量タイプ l のフローに対するフロー費用単価
- Q_n^t : t 期における実ノード n の損害費用単価
- R_n : 実ノード n における容量の復旧費用単価
- V_{nl} : 実ノード n におけるタイプ l の容量
- W_{nl}^p : 実ノード n において、容量タイプ l が保護レベル p で保護される容量
- X_n^{st} : シナリオ s の t 期においてノード n が障害を受けたときの容量低下率であり、障害を受けないときは 0 である係数
- Y_{nl} : ノード n におけるタイプ l の容量に対する 1 期当たりの最大復旧容量
- D_j^{st} : シナリオ s における顧客 j の t 期の需要量
- N_n^+ : ノード n を始点とするアーク集合
- N_n^- : ノード n を終点とするアーク集合

4.1.3 従属変数

- a_n^{st} : シナリオ s におけるノード n の t 期の容量低下量
- b_n^{st} : シナリオ s におけるノード n の t 期の復旧容量
- c_n^{st} : シナリオ s におけるノード n の t 期の容量

4.1.4 決定変数

- y_{nl} : ノード n にタイプ l の容量を選択したとき 1, そうでないとき 0 である 0-1 変数
- z_{nl}^p : ノード n でタイプ l の容量を保護レベル p で保護したとき 1, そうでないとき 0 である 0-1 変数
- x_{ijl}^{st} : シナリオ s におけるアーク (i, j) 上の容量タイプ l に対する t 期のフロー量を表す非負変数
- r_{nl}^{st} : シナリオ s におけるノード n , 容量タイプ l の t 期の復旧率を表す非負変数

4.2 定式化

ノード設計モデルの定式化を示す.

$$\begin{aligned}
 \text{minimize} \quad & \sum_{n \in N_r} \sum_{l \in L_n} \underbrace{(B_{nl} y_{nl} + \sum_{p \in P_{nl}} C_{nl}^p z_{nl}^p)}_{\text{ノード・保護費用}} \\
 & + \sum_{s \in S} F^s \left\{ \sum_{t \in T_1} \left(\sum_{(i,j) \in A} \sum_{l \in L_i} \underbrace{G_{ijl} x_{ijl}^{st}}_{\text{フロー費用}} + \sum_{n \in N_r} \underbrace{Q_n^t a_n^{st}}_{\text{損害費用}} \right) + \sum_{t \in T_n^s} \sum_{n \in N_r} \underbrace{R_n b_n^{st}}_{\text{復旧費用}} \right\}
 \end{aligned} \tag{69}$$

subject to

$$\text{(タイプ選択)} \sum_{l \in L_n} y_{nl} = 1 \quad \forall n \in N_r, \quad (70)$$

$$\text{(容量保護)} \sum_{p \in P_{nl}} z_{nl}^p \leq y_{nl} \quad \forall l \in L_n, n \in N_r, \quad (71)$$

$$\text{(当初容量)} c_n^{s0} = \sum_{l \in L_n} V_{nl} y_{nl} \quad \forall n \in N_r, s \in S, \quad (72)$$

$$\text{(低下容量)} a_n^{st} = X_n^{st} (c_n^{s,t-1} - \sum_{l \in L} \sum_{p \in P_{nl}} W_{nl}^p z_{nl}^p) \quad \forall t \in T_1, n \in N_r, s \in S, \quad (73)$$

$$\text{(当期容量)} c_n^{st} = c_n^{s,t-1} - a_n^{st} + b_n^{s,t-1} \quad \forall t \in T_n^s, n \in N_r, s \in S, \quad (74)$$

$$\text{(当期容量)} c_n^{st} = c_n^{s,t-1} - a_n^{st} \quad \forall t \in T_1 \setminus T_n^s, n \in N_r, s \in S, \quad (75)$$

$$\text{(復旧上限)} b_n^{st} \leq c_n^{s0} - c_n^{st} \quad \forall t \in T_n^s, n \in N_r, s \in S, \quad (76)$$

$$\text{(復旧容量)} b_n^{st} = \sum_{l \in L_n} Y_{nl} r_{nl}^{st} \quad \forall t \in T_n^s, n \in N_r, s \in S, \quad (77)$$

$$\text{(復旧回数)} r_{nl}^{st} \leq y_{nl} \quad \forall l \in L_n, t \in T_n^s, n \in N_r, s \in S, \quad (78)$$

$$\text{(容量制約)} \sum_{j \in N_n^+} \sum_{l \in L_n} x_{njl}^{st} \leq c_n^{st} \quad \forall t \in T_1, n \in N_r, s \in S, \quad (79)$$

$$\text{(流量保存)} \sum_{i \in N_n^-} \sum_{l \in L_n} x_{inl}^{st} - \sum_{j \in N_n^+} \sum_{l \in L_n} x_{njl}^{st} = \begin{cases} -\sum_{j \in J} D_j^{st} & \text{if } n = o \\ D_j^{st} & \text{if } j \in J \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall t \in T, n \in N, s \in S, \quad (80)$$

$$y_{nl} \in \{0, 1\} \quad \forall l \in L_n, n \in N_r, \quad (81)$$

$$z_{nl}^p \in \{0, 1\} \quad \forall p \in P_{nl}, l \in L_n, n \in N_r, \quad (82)$$

$$0 \leq r_{nl}^{st} \leq 1 \quad \forall l \in L_n, t \in T_n^s, n \in N_r, s \in S, \quad (83)$$

$$x_{ijl}^{st} \geq 0 \quad \forall l \in L, (i, j) \in A, t \in T_1, s \in S, \quad (84)$$

$$a_n^{st} \geq 0 \quad \forall t \in T_1, n \in N_r, s \in S, \quad (85)$$

$$b_n^{st} \geq 0 \quad \forall t \in T_n^s, n \in N_r, s \in S. \quad (86)$$

$$c_n^{st} \geq 0 \quad \forall t \in T, n \in N_r, s \in S. \quad (87)$$

(69)式は総費用を表す目的関数であり、これを最小化する。第1項は実ノード n における容量タイプに関するノード費用、第2項は実ノード n における容量タイプに関する保護費用を表す。第3項はアーク (i, j) におけるフロー費用、第4項は実ノード n における損害費用、第5項は実ノード n における復旧費用を表す。

(70)式は、実ノード n において、いずれかの容量タイプを選択することを表す。(71)式は、実ノード n において、容量タイプ l を選択したときに限り、容量タイプ l の保護ができることを表す。(72)式は、シナリオ s における実ノード n の当初容量を表す。(73)式は、シナリオ s において、 t 期に実ノード n が障害を受けたとき、前期容量

と保護容量の差に障害による容量低下率をかけたものが当期容量低下量となることを表す。(74)式は、復旧容量の利用可能期間中は前期復旧容量の利用が可能であるため、シナリオ s における t 期の実ノード n の当期容量は前期容量と容量低下量の差に前期復旧容量を加えたものとなることを表す。(75)式は、復旧容量の利用可能期間中以外では、シナリオ s における t 期の実ノード n の当期容量は前期容量と容量低下量の差となることを表す。(76)式は、シナリオ s において、ノード n の復旧可能期間中の復旧可能容量の上限は当初容量と当期容量の差であることを表す。(77)式は、シナリオ s における t 期の実ノード n の復旧可能期間中の復旧容量を表す。復旧容量の利用可能期間を用いて、整理モデルの当期容量式を(74)式と(75)式に分離することにより、整理モデルにおける復旧可能期間中の復旧容量が0であることを表す(51)式を省略している。(78)式は、シナリオ s において、ノード n で容量タイプ l を選択するときに関し、実ノード n の復旧可能期間中の期では容量を1回まで復旧できることを表す。復旧容量の利用可能期間を用いて、整理モデルにおける復旧可能期間中の復旧回数が0であることを表す(53)式を省略している。(79)式は、シナリオ s の t 期において、実ノード n から出るフロー量は実ノード n の当期容量以下であることを表す。(80)式は、シナリオ s において、 t 期にノード n に入るフロー量と n から出るフロー量の差は、 n が始点であれば当期需要量合計、 n が顧客であれば当該顧客の当期需要量であり、そうでなければ0であることを表す。(81)式と(82)式は変数の0-1条件、(83)式から(87)式は変数の非負条件などである。

5 アーク設計モデル

前節のノード設計モデルにおける供給者/施設である実ノード間および実ノード・顧客間のアークを容量タイプごとの多重アークで置き換える。続いて、ノード設計モデルにおける実ノードを始点と終点の2つの実ノードに分割し、分割されたノード間を容量タイプごとの多重アークで接続する。これらのアークでは、固定費用であるアーク費用と変動費用であるフロー費用が発生する。なお、ノードに対しては、0-1変数は設定せず、容量タイプやノード費用なども考慮しない。このようにノード設計モデルにおける0-1変数をアーク変数で表現することにより、アーク設計モデルとして表現することができる。なお、多重アークの始点 i 、終点 j および容量タイプ l を用いて、多重アークを (i, j, l) の形式で表現する。

全体の始点 o をアークの始点とするアークは単一アークとし、次のように設定する。アークの終点を実ノードとするアークは容量を ∞ 、アーク費用を0、フロー費用単価を0とし、アークの終点を顧客とするアークは容量を ∞ 、アーク費用を0、フロー費用単価を U とする。なお、これらのアークでは、障害による容量低下、保護および復旧は

考慮しないため、 X_n^s , Y_{nl} および W_{nl}^p を 0 とする。

このアーク設計モデルでは、ノード設計モデルにおける実ノード上の容量タイプの選択、障害の発生、保護や復旧による容量の変化や費用の発生をアークにおける発生に対応させる。ノード設計モデルにおける実ノード間および実ノード・顧客間のアークに多重アークを設定することにより、複数の輸送手段や輸送経路からの選択を可能とし、輸送手段や輸送経路の損害、保護や復旧などのアーク上の障害、保護や復旧についても考慮することができる。

ノード設計モデルからの変更点をまとめておく。

- 1つの始点、複数の終点である顧客および実ノードからなるノード集合が与えられる。
- 始点・ノード間の単一アークおよび実ノードを始点とする容量タイプに対応する容量をもつ多重アークからなるアーク集合が与えられる。
- アークを選択するときにアーク費用が発生し、フロー量に比例するフロー費用が発生する。
- シナリオ、アークごとに、障害時の容量低下量と復旧可能期間が与えられる。
- 障害から容量低下を保護できるアークがあり、保護容量に対する保護費用単価が与えられる。
- 容量が低下したアークに対して容量を復旧できる場合があり、復旧費用単価が与えられる。

図4は、アーク設計モデルを表したネットワーク図である。供給者、施設に対応するノードは2つの実ノードに分割され、実ノードを始点とした容量タイプごとの多重アークが設定されている。始点から全需要に相当するフローが発生し、実ノードを経由するか、あるいは直接、顧客に流れる。

5.1 変数などの定義

アークデザインモデルで用いる集合、パラメータ、従属変数および決定変数を示す。

5.1.1 集合

- N : ノード集合

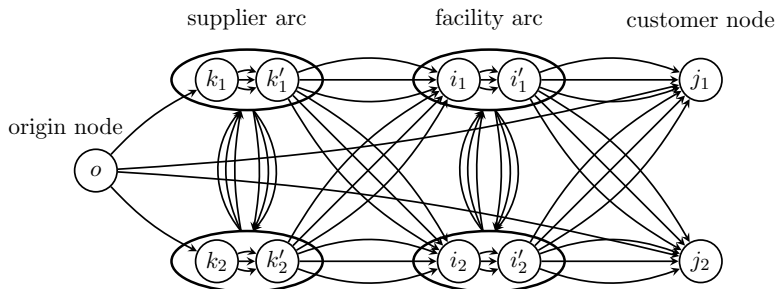


図4 : Arc Design Model

- J : 顧客集合
- N_r : 実ノード集合, $N_r = N \setminus (\{o\} \cup J)$
- A : アーク集合
- A_n : アークの始点と終点のペア集合
- L_{ij} : ノード i, j 間のアークに対応する容量タイプ集合
- P_{ijl} : ノード i, j 間のアークを保護する保護レベル集合
- T : 期集合
- T_1 : 第0期を除く期集合
- T_{ijl}^s : シナリオ s においてアーク (i, j, l) の復旧可能期間集合
- $T_{ijl}'^s$: シナリオ s においてアーク (i, j, l) の復旧容量利用可能期間集合
- S : シナリオ集合

5.1.2 パラメータ

- o : 始点
- B_{ijl} : アーク (i, j, l) のアーク費用
- C_{ijl}^p : アーク (i, j, l) に保護レベル p の保護をするときの保護費用
- F^s : シナリオ s の発生確率
- G_{ijl} : アーク (i, j, l) 上のフロー費用単価
- Q_{ijl}^t : アーク (i, j, l) の t 期における損害費用単価
- R_{ijl} : アーク (i, j, l) 上における容量復旧費用単価
- V_{ijl} : アーク (i, j, l) における当初容量
- W_{ijl}^p : アーク (i, j, l) において, 保護レベル p で保護される容量
- X_{ijl}^{st} : シナリオ s において, t 期にアーク (i, j, l) が障害を受けたときの容量低下率
- Y_{ijl} : アーク (i, j, l) における1期当たりの最大復旧容量
- D_j^{st} : シナリオごとの顧客ノード j の t 期の需要量

5.1.3 従属変数

- a_{ijl}^{st} : シナリオ s におけるアーク (i, j, l) の t 期の容量低下量
- b_{ijl}^{st} : シナリオ s におけるアーク (i, j, l) の t 期の復旧容量
- c_{ijl}^{st} : シナリオ s におけるアーク (i, j, l) の t 期の容量

5.1.4 決定変数

- y_{ijl} : アーク (i, j, l) を選択したとき1, そうでないとき0である0-1変数
- x_{ijl}^{st} : シナリオ s におけるアーク (i, j, l) 上を流れる t 期のフロー量を表す非負変数
- z_{ijl}^p : アーク (i, j, l) において, 容量を保護レベル p で保護したとき1, そうでないとき0である0-1変数
- r_{ijl}^{st} : シナリオ s におけるアーク (i, j, l) の t 期の容量復旧率を表す非負変数

5.2 定式化

アーク設計モデルの定式化を示す.

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & \sum_{(i,j,l) \in A} \left[B_{ijl} y_{ijl} + \sum_{p \in P_{ijl}} C_{ijl}^p z_{ijl}^p \right. \\ & \left. + \sum_{s \in S} F^s \left\{ \sum_{t \in T_1} \left(G_{ijl} x_{ijl}^{st} + Q_{ijl}^t a_{ijl}^{st} \right) + \sum_{t \in T_{ijl}^s} R_{ijl} b_{ijl}^{st} \right\} \right] \end{aligned} \quad (88)$$

subject to

$$\text{(アーク選択)} \quad \sum_{l \in L_{ij}} y_{ijl} = 1 \quad \forall (i, j) \in A_n, \quad (89)$$

$$\text{(容量保護)} \quad \sum_{p \in P_{ijl}} z_{ijl}^p \leq y_{ijl} \quad \forall (i, j, l) \in A, \quad (90)$$

$$\text{(当初容量)} \quad c_{ijl}^{s0} = V_{ijl} y_{ijl} \quad \forall (i, j, l) \in A, s \in S, \quad (91)$$

$$\text{(低下容量)} \quad a_{ijl}^{st} = X_{ijl}^{st} (c_{ijl}^{s,t-1} - \sum_{p \in P_{ijl}} W_{ijl}^p z_{ijl}^p) \quad \forall (i, j, l) \in A, t \in T_1, s \in S, \quad (92)$$

$$\text{(当期容量)} \quad c_{ijl}^{st} = c_{ijl}^{s,t-1} - a_{ijl}^{st} + b_{ijl}^{s,t-1} \quad \forall (i, j, l) \in A, t \in T_{ijl}^s, s \in S, \quad (93)$$

$$\text{(当期容量)} \quad c_{ijl}^{st} = c_{ijl}^{s,t-1} - a_{ijl}^{st} \quad \forall (i, j, l) \in A, t \in T_1 \setminus T_{ijl}^s, s \in S, \quad (94)$$

$$\text{(復旧上限)} \quad b_{ijl}^{st} \leq c_{ijl}^{s0} - c_{ijl}^{st} \quad \forall (i, j, l) \in A, t \in T_{ijl}^s, s \in S, \quad (95)$$

$$\text{(復旧容量)} \quad b_{ijl}^{st} = Y_{ijl} r_{ijl}^{st} \quad \forall (i, j, l) \in A, t \in T_{ijl}^s, s \in S, \quad (96)$$

$$\text{(復旧回数)} \quad r_{ijl}^{st} \leq y_{ijl} \quad \forall (i, j, l) \in A, t \in T_{ijl}^s, s \in S, \quad (97)$$

$$\text{(容量制約)} \quad x_{ijl}^{st} \leq c_{ijl}^{st} \quad \forall (i, j, l) \in A, t \in T_1, s \in S, \quad (98)$$

$$\text{(流量保存)} \quad \sum_{i \in N_n^-} \sum_{l \in L_{in}} x_{inl}^{st} - \sum_{j \in N_n^+} \sum_{l \in L_{ij}} x_{njl}^{st} = \begin{cases} -\sum_{j \in J} D_j^{st} & \text{if } n = o \\ D_j^{st} & \text{if } j \in J \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall n \in N, t \in T_1, s \in S, \quad (99)$$

$$y_{ijl} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j, l) \in A, \quad (100)$$

$$z_{ijl}^p \in \{0, 1\} \quad \forall p \in P_{ijl}, (i, j, l) \in A, \quad (101)$$

$$x_{ijl}^{st} \geq 0, a_{ijl}^{st} \geq 0 \quad \forall (i, j, l) \in A, t \in T_1, s \in S, \quad (102)$$

$$0 \leq r_{ijl}^{st} \leq 1 \quad \forall (i, j, l) \in A, t \in T_{ijl}^s, s \in S, \quad (103)$$

$$b_{ijl}^{st} \geq 0, \quad \forall (i, j, l) \in A, t \in T_{ijl}^s, s \in S. \quad (104)$$

$$c_{ijl}^{st} \geq 0 \quad \forall (i, j, l) \in A, t \in T, s \in S. \quad (105)$$

(88)式は総費用を表す目的関数であり、これを最小化する。第1項はアーク (i, j, l) におけるアーク費用、第2項はアーク (i, j, l) における保護レベル p の保護費用を表す。第3項はアーク (i, j, l) におけるフロー費用、第4項はアーク (i, j, l) における損害費用、第5項はアーク (i, j, l) における復旧費用を表す。

(89)式は、ノードペア i, j 間の多重アークから1本のアークを選択することを表す。(90)式は、アーク (i, j, l) において、アーク (i, j, l) を選択したときに限り、容量を保護できることを表す。

(91)式は、シナリオ s におけるアーク (i, j, l) の当初容量を表す。(92)式は、シナリオ s において、 t 期にアーク (i, j, l) が障害を受けたとき、前期容量と保護容量の差に障害時における容量低下率をかけたものがアーク (i, j, l) の当期容量低下量となることを表す。(93)式は、復旧容量の利用可能期間中では、シナリオ s において、アーク (i, j, l) の t 期の容量が前期容量と容量低下量の差に前期復旧容量を加えた量となることを表す。(94)式は、復旧容量の利用可能期間中以外では、シナリオ s において、アーク (i, j, l) の t 期の容量が前期容量と容量低下量の差となることを表す。(95)式は、シナリオ s において、アーク (i, j, l) の復旧可能期間中の復旧可能容量の上限は、当初容量と当期容量の差であることを表す。

(96)式は、シナリオ s における復旧可能期間中のアーク (i, j, l) の復旧容量を表す。(97)式は、シナリオ s において、アーク (i, j, l) を選択したときに限り、アーク (i, j, l) の復旧可能期間中に容量が復旧できることを表す。(98)式は、シナリオ s において、アーク (i, j, l) 上の t 期のフロー量は、アーク (i, j, l) の当期容量以下であることを表す。(99)式は、シナリオ s において、ノード n に入るフロー量と n から出るフロー量の差が、 n が始点であれば当期需要量合計、 n が顧客であれば当該顧客需要量であり、そうでなければ0であることを表す。(100)式と(101)式は変数の0-1条件、(102)式から(105)式は変数の非負条件などである。

アーク設計モデルでは、アークの始点 i 、アークの終点 j と容量タイプ l の3要素 (i, j, l) を1組として表現することにより、容量タイプを含むアーク (i, j, l) ごとに容量、容量低下量や復旧容量、アークフローなどの変数や制約式を表現する。これは、容量やアークフローなどに関する変数や制約式を容量タイプごとに非集約化していることになる。

6 パスフローを用いたアーク設計モデル

前節までのモデルではアーク上のフロー量に対してフロー変数を設定している。しかし、大規模なネットワークデザインモデルでは、始点と顧客ノード間の経路であるパスを流れる量に対応するパスフロー変数による定式化が用いられる。Aldrighetti モデルのような比較的単純な3階層モデルでは特段に必要ではないが、多階層モデルで複雑な大規模ネットワークを対象とする場合にはパスフロー変数による定式化と列生成法などによる解法の適用が必要となる。

商品需要が始点を出発し、いくつかのノードを経由、あるいは直接に顧客に至る経路をパスとよび、顧客ごとにこれらのパスの集合が与えられる。列生成法などを用いるこ

とにより，すべてのパスを陽的に列挙する必要はない．また，パスが当該アークを含むか否かを表すパラメータにより，パスフロー量を用いてアークフロー量を表すことができる．

6.1 変数などの定義

新たに使用する集合，パラメータおよび変数を示す．

- H_d : 始点から顧客 d に至るパス集合
- δ_{ijl}^h : パス h がアーク (i, j, l) を通るとき 1，そうでないとき 0 である定数
- v_d^{hst} : シナリオ s における始点から顧客 d のパス h 上の t 期のフロー量を表す非負のパスフロー変数

6.2 定式化

パスフローを用いたアーク設計モデルの定式化を示す．

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & \sum_{(i,j,l) \in A} \left[B_{ijl} y_{ijl} + \sum_{p \in P_{ijl}} C_{ijl}^p z_{ijl}^p \right. \\ & \left. + \sum_{s \in S} F^s \left\{ \sum_{t \in T_1} \left(\sum_{d \in J} \sum_{h \in H_d} G_{ijl} \delta_{ijl}^h v_d^{hst} + Q_{ijl}^t a_{ijl}^{st} \right) + \sum_{t \in T_{ijl}^s} R_{ijl} b_{ijl}^{st} \right\} \right] \quad (106) \end{aligned}$$

subject to

(89)~(97) 式,

$$\text{(容量制約)} \quad \sum_{d \in J} \sum_{h \in H_d} \delta_{ijl}^h v_d^{hst} \leq c_{ijl}^{st} \quad \forall (i, j, l) \in A, t \in T_1, s \in S, \quad (107)$$

$$\text{(強制制約)} \quad \sum_{h \in H_d} \delta_{ijl}^h v_d^{hst} \leq D_d^{st} y_{ijl} \quad \forall (i, j, l) \in A, d \in J, t \in T_1, s \in S, \quad (108)$$

$$\text{(流量保存)} \quad \sum_{h \in H_d} v_d^{hst} = D_d^{st} \quad \forall d \in J, t \in T_1, s \in S, \quad (109)$$

(100),(101),(103)~(105) 式,

$$a_{ijl}^{st} \geq 0 \quad \forall (i, j, l) \in A, t \in T_1, s \in S, \quad (110)$$

$$v_d^{hst} \geq 0 \quad \forall h \in H_d, d \in J, t \in T_1, s \in S. \quad (111)$$

(106)式は総費用を表す目的関数であり，これを最小化する．(107)式は，シナリオ s において，アーク (i, j, l) 上を流れる t 期のフロー量がアーク容量以下であることを表す容量制約式である．(108)式は，シナリオ s において，アーク (i, j, l) が設定されたときに限り，アーク (i, j, l) 上を流れる顧客 d の t 期のパスフロー量の合計が顧客 d の当期需要量以下であることを表す強制制約式である．(109)式は，シナリオ s の t 期において，終点を顧客 d とするパスフロー量の合計が顧客 d の需要量になることを表す．(111)式はパスフロー変数の非負条件である．

7 おわりに

Aldrighetti モデルは、冗長性、施設などの強化、回復性などのレジリエンス性を考慮した 3 階層多期間確率的数理最適化モデルである。しかしながら、このモデルは他のサプライチェーンネットワーク設計モデルと同様に現実に沿ったモデル表現をしていることから、多くのパラメータ、変数や制約式を用いた複雑なモデルとして記述されており、また数理最適化モデルとして本質的に必要ではない表現も見られる。

本研究では、はじめに Aldrighetti モデルのパラメータを整理したモデルを提案し、続いて Aldrighetti モデルを任意の多階層ネットワーク設計モデルに拡張し、在庫転送や供給者における供給能力の復旧などを考慮したノード設計モデルを提案した。さらに、輸送路または輸送手段の選択、障害や復旧も考慮することができるアーク設計モデル、および大規模解析を可能にするパスフローを用いたアーク設計モデルを提案した。ノード設計モデルとアーク設計モデルによる表現により、Aldrighetti モデルをより一般化したレジリエンス・サプライチェーンネットワーク設計モデルに拡張することができた。

参考文献

- S. Abbasi, A. Saboury, and M. S. Jabalameli. Reliable supply chain network design for 3PL providers using consolidation hubs under disruption risks considering product perishability: An application to a pharmaceutical distribution network. *Computers & Industrial Engineering*, 152: 107019, 2021.
- R. Aldrighetti, D. Battini, and D. Ivanov. Increasing supply chain resilience through efficient redundancy allocation: a risk-averse mathematical model. *IFAC-PapersOnLine*, 54(1): 1011-1016, 2021a.
- R. Aldrighetti, D. Battini, D. Ivanov, and I. Zennaro. Costs of resilience and disruptions in supply chain network design models: A review and future research directions. *International Journal of Production Economics*, 235: 108103, 2021b.
- R. Aldrighetti, D. Battini, and D. Ivanov. Efficient resilience portfolio design in the supply chain with consideration of preparedness and recovery investments. *Omega*, 117: 102841, 2023.
- M. Z. Babai, D. Ivanov, and O. K. Kwon. Optimal ordering quantity under stochastic time-dependent price and demand with a supply disruption: A solution based on the change of measure technique. *Omega*, 116: 102817, 2023.
- P. Belamkar, S. Biswas, A. Baidya, P. Majumder, and U. K. Bera. Multi-objective optimization of agro-food supply chain networking problem integrating economic viability and environmental sustainability through type-2 fuzzy-based decision making. *Journal of*

Cleaner Production, 421: 138294, 2023.

- S. M. Darmian, F. Sgarbossa, M. Fattahi, and J. P. Morande. Supply chain viability by integrating R-imperatives, product development, and design decisions: A stochastic programming framework. *Omega*, 136: 103317, 2025.
- A. Dolgui and D. Ivanov. Ripple effect and supply chain disruption management: new trends and research directions. *International Journal of Production Research*, 59(1): 102-109, 2021.
- K. Echefaj, A. Charkaoui, A. Cherrafi, and D. Ivanov. Design of resilient and viable sourcing strategies in intertwined circular supply networks. *Annals of Operations Research*, 337(1): 459-498, 2024.
- P. Fallah, M. Rabiee, A. Yousefi-Babadi, E. Roghanian, and M. Hajiaghahi-Keshteli. Designing an agile, flexible and resilient disaster supply chain network using a hybrid group decision-making robust optimization framework. *Computers & Industrial Engineering*, 184: 109591, 2023.
- M. Fattahi, K. Govindan, and E. Keyvanshokoo. Responsive and resilient supply chain network design under operational and disruption risks with delivery lead-time sensitive customers. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 101: 176-200, 2017.
- S. M. Gholami-Zanjani, M. S. Jabalameli, W. Klibi, and M. S. Pishvae. A robust location-inventory model for food supply chains operating under disruptions with ripple effects. *International Journal of Production Research*, 59: 301-324, 2021.
- S. Hägele, H. E. Grosse, and D. Ivanov. Supply chain resilience: a tertiary study. *International Journal of Integrated Supply Management*, 16(1): 52-81, 2022.
- D. Ivanov and A. Dolgui. Low-Certainty-Need (LCN) supply chains: A new perspective in managing disruption risks and resilience. *International Journal of Production Research*, 57: 5119-5136, 2019.
- D. Ivanov and A. Dolgui. Or-methods for coping with the ripple effect in supply chains during COVID-19 pandemic: Managerial insights and research implications. *International Journal of Production Economics*, 232: 107921, 2021.
- A. Jabbarzadeh, M. Haughton, and A. Khosrojerdi. Closed-loop supply chain network design under disruption risks: A robust approach with real world application. *Computers & Industrial Engineering*, 116: 178-191, 2018.
- A. R. Kalantari Khalil Abad, F. Barzinpour, and M. S. Pishvae. Toward agri-food supply chain viability under pest spread risk. *Journal of Industrial Information Integration*, 45: 100843, 2025.
- H. Liu, Y. Han, and A. Zhu. Modeling supply chain viability and adaptation against underload

- cascading failure during the COVID-19 pandemic. *Nonlinear Dynamicss*, 10: 2931-2947, 2022a.
- M. Liu, Z. Liu, F. Chu, A. Dolgui, C. Chu, and F. Zheng. An optimization approach for multi-echelon supply chain viability with disruption risk minimization. *Omega*, 112: 102683, 2022b.
- M. Liu, Z. Liu, F. Chu, A. Dolgui, C. Chu, and F. Zheng. Viable healthcare supply chain network design for a pandemic. *Annals of Operations Research*, 328: 35-73, 2023.
- M. Liu, Y. Ding, F. Chu, A. Dolgui, and F. Zheng. Robust actions for improving supply chain resilience and viability. *Omega*, 123: 102972, 2024.
- R. Lotfi, R. Hazrati, S. Aghakhani, M. Afshar, M. Amra, and S. S. Ali. A data-driven robust optimization in viable supply chain network design by considering open innovation and blockchain technology. *Journal of Cleaner Production*, 436: 140369, 2024.
- B. Madani, A. Saihi, and A. Abdelfatah. A systematic review of sustainable supply chain network design: Optimization approaches and research trends. *Sustainability*, 16: 3226, 2024.
- J. Namdar, S. A. Torabi, N. Sahebjamnia, and N. N. Pradhan. Business continuity-inspired resilient supply chain network design. *International Journal of Production Research*, 59(5): 1331-1367, 2021.
- A. Polo and D. Morillo-Torres. Toward adaptive and immune-inspired viable supply chains: A prisma systematic review of mathematical modeling trends. *Mathematics*, 13(14): 2225, 2025.
- A. Roshani. Designing resilient supply chain networks: a systematic literature review of mitigation strategies. *Annals of Operations Research*, 341: 1267-1332, 2024.
- F. Sabouhi, M.S. Jabalameli, A. Jabbarzadeh, and B. Fahimnia. A multi-cut L-shaped method for resilient and responsive supply chain network design. *International Journal of Production Research*, 58(24): 7353-7381, 2020.
- T. Sawik. On the risk-averse selection of resilient multi-tier supply portfolio. *Omega*, 101: 102267, 2021.
- T. Sawik. A stochastic optimisation approach to maintain supply chain viability under the ripple effect. *International Journal of Production Research*, 61(8): 2452-2469, 2023.
- E. L. Tucker, M. S. Daskin, B. V. Sweet, and W. J. Hopp. Incentivizing resilient supply chain design to prevent drug shortages: policy analysis using two- and multi-stage stochastic programs. *IIE Transactions*, 52(4): 394-412, 2020.
- Ö. F. Yilmaz, Y. Guan, B. G. Yilmaz, F. B. Yeni, and G. Özçel. A comprehensive methodology combining machine learning and unified robust stochastic programming for medical

supply chain viability. *Omega*, 133: 103264, 2025.

- S. Zhao and F. You. Resilient supply chain design and operations with decision-dependent uncertainty using a data-driven robust optimization approach. *AIChE Journal*, 65: 1006-1021, 2019.