

フロー木条件を考慮した容量制約をもつネットワーク設計問題

片 山 直 登

1 はじめに

ネットワーク設計問題は、ネットワーク上の施設・設備であるアークにかかる固定的な費用とものの移動にかかる変動的な費用を考慮して、施設・設備などに対応するアークやノードを適切に選択することによりネットワークを形成し、かつ異なる始点と終点をもつ複数の荷物、商品やデータなどの移動経路であるパスを決める問題である。この問題は、輸送、ロジスティクス、通信や生産システムなどに幅広い応用分野をもつネットワークの構造を設計する問題であり、一般的なネットワーク設計問題はNP-困難な問題であることが知られている (Magnanti and Wong 1984)。容量制約をもつネットワーク設計問題はアークまたはノードに容量をもつ問題であり、ネットワーク設計問題の中でも最適解や良い近似解を求めることが困難な問題である。ネットワーク設計問題に関しては、今日まで数多くの研究が行われており、サーベイとして、Magnanti and Wong (1984), Wong (1984, 1985), Minoux (1989), Balakrishnan et al. (1997), Gendron et al. (1997), Crainic (2003), Costa (2005), 片山直登 (2008) および Yaghini and Rahbar (2012) などがある。

一方、輸送ネットワークでは、積替えターミナルや配送センターにおいて着ターミナル別に荷物がまとめられて輸送することが行われる。このため、同一の着ターミナルをもつ貨物は、途中の積替えターミナルで集約され、同一ターミナル宛の輸送便で輸送されることが一般的である。このような場合、貨物の流れであるフローは着ターミナルを根とするネットワーク上の木の上で輸送されることになり、この木をフロー木とよぶ。このようなフロー木条件と容量制約を考慮した問題をフロー木条件を考慮した容量制約をもつネットワーク設計問題 (*TCND: Capacitated Network Design Problem with Flow Tree Constraints*) とよぶ。フロー木を考慮したネットワーク設計問題では、アー

クのデザイン変数のみならず，フロー木やフローを表す変数も0-1離散変数となり，大半の変数が離散変数である困難な組合せ最適化問題となる．

フロー木条件は，従来から LTL (Less-than-Truckload) ネットワーク設計問題で考慮されている．LTL ネットワーク設計問題については，数多くの研究が行われている．Crainic and Roy (1992) は集合被覆問題を用いた定式化と解法を示し，Crainic and Roy (1993) は LTL 問題のレビューを行っている．Roy and Delorme (1989) は NETPLAN とよぶモデルと事例分析を示し，Roy and Crainic (1992) は事例を用いた解説を行っている．Powell and Sheffi (1983, 1989) および Powell (1986) はアド・ドロップ型のヒューリスティック解法を示している．Powell and Koskosidis (1992) は，勾配を用いたローカルサーチ法と最低便数制約に対する Lagrange 緩和法を提案している．Farvolden and Powell (1994) は，動的なモデルに対して，アド・ドロップのための劣勾配に基づいた効率的な解法を示している．一方，Hoppe et al. (1999) は，容量制約のないネットワークデザイン問題のラベリング法とアド・ドロップ型のヒューリスティック解法を組合せた解法を開発している．片山直登 (2002) は，Lagrange 緩和法を用いた解法を開発している．近年では，Jarrah et al. (2009) が大規模な LTL ネットワークモデルに対して，スロープスケーリング法と積合せ計画に対して木生成法を用いた解法を示している．また，Erera et al. (2012) は，整数計画を用いた大規模近傍探索を用いた繰返し改善法を示している．

本研究では，フロー木条件を考慮した容量制約をもつネットワーク設計問題に対して，アークフローと木変数を用いた定式化と木フローを用いた定式化を示す．続いて，アークフローと木変数を用いた定式化に対して，ベンチマーク問題を最適化ソルバーを用いて解き，問題の困難性を検討する．最後に，フローが連続変数である容量制約をもつネットワーク設計問題，および非分割フローを考慮した容量制約をもつネットワーク設計問題の上界値と比較し，フロー木条件が上界値に及ぼす影響を考察する．

2 TCNDの定式化

はじめに，TCND の前提条件，使用する記号および TCND の定義を示す．続いて，アークフローによる定式化，およびフロー木による定式化を示す．

2.1 問題の定義，前提条件および記号

はじめに，TCND の定義を示す．

定義 2.1 (TCND) デザイン費用，フロー費用，アーク容量をもつ向きをもつアーク集合が与えられ，ノード集合および需要をもつ品種集合が与えられている．このとき，フロー費用とデザイン費用の合計を最小にするアーク集合の部分集合，およびアーク容

量を満足するフロー木およびフロー木上のフローを求めよ.

次に, $TCND$ の前提条件を示す.

- ・ノード集合が与えられている.
- ・向きをもつアーク集合が与えられている.
- ・アークには, 非負のデザイン費用が与えられている.
- ・複数の同一終点をもつ品種からなる品種集合が与えられている.
- ・アークには, 品種・始点ごとの非負の単位当たりのフロー費用が与えられている.
- ・アークには, 単位期間当たりの処理量の上限であるアーク容量が与えられている.
- ・各品種ごとの始点別の需要が与えられている.
- ・各品種の需要は, 始点から終点までの1つのフロー木上を移動する.

一般的なネットワーク設計問題では, 始点と終点が同一であるものを同一品種として定義するが, 本研究では終点が同一であるものを同一品種として定義し, 便宜上, 品種を終点に終点させて表現する.

$TCND$ の定式化で使用する記号の定義を示す.

- ・ N : ノード集合
- ・ A : アーク集合
- ・ K : 品種集合または品種 k の終点集合
- ・ O^k : 終点を k とする品種 k の始点集合
- ・ T^k : 品種 k のフローが流れるアークで構成されるフロー木集合
- ・ N_n^+ : ノード n を終点とするアークの終点であるノード集合
- ・ N_n^- : ノード n を始点とするアークの始点であるノード集合
- ・ c_{ij}^{ok} : アーク (i, j) 上における始点を o とする品種 k の単位当たり非負のフロー費用
- ・ f_{ij} : アーク (i, j) の非負のデザイン費用
- ・ C_{ij} : アーク (i, j) のアーク容量
- ・ d^{ok} : 始点が o である品種 k の需要
- ・ Δ_{ij}^{tk} : 品種 k のフロー木 t^k にアーク (i, j) が含まれるとき 1, そうでないとき 0 を表す定数
- ・ δ_{ij}^{ok} : 品種 k のフロー木 t^k 上において, 始点 o から終点 k へのパスにアーク (i, j) が含まれるとき 1, そうでないとき 0 を表す定数
- ・ x_{ij}^{ok} : 始点を o とする品種 k のフローがアーク (i, j) 上を流れるとき 1, そうでないとき 0 であるアークフロー変数; 0-1変数
- ・ z_t^k : 品種 k のフローがフロー木 t^k 上を移動するとき 1, そうでないとき 0 であるフロー木変数; 0-1変数
- ・ y_{ij}^k : 品種 k のフロー木がアーク (i, j) 上を含むとき 1, そうでないとき 0 である木変数; 0-1変数

・ y_{ij} : アーク (i, j) を選択するとき 1, そうでないとき 0 であるデザイン変数 ; 0-1 変数

2. 2 アークフローによる定式化

$TCND$ のアークフローによる定式化 $TCNDA$ を示す.

($TCNDA$)

$$\min \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} \sum_{o \in O^k} c_{ij}^{ok} x_{ij}^{ok} + \sum_{(i,j) \in A} f_{ij} y_{ij} \quad (1)$$

subject to

$$\sum_{i \in N_n^+} x_{in}^{ok} - \sum_{j \in N_n^-} x_{nj}^{ok} = \begin{cases} -1 & \text{if } n = o \\ 1 & \text{if } n = k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall n \in N, o \in O^k, k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{o \in O^k} d^{ok} x_{ij}^{ok} \leq C_{ij} y_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (3)$$

$$x_{ij}^{ok} \leq y_{ij}^k \quad \forall (i, j) \in A, o \in O^k, k \in K \quad (4)$$

$$y_{ij}^k \leq y_{ij} \quad \forall (i, j) \in A, k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{j \in N_n^+} y_{nj}^k \leq 1 \quad \forall n \in N, k \in K \quad (6)$$

$$x_{ij}^{ok} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, o \in O^k, k \in K \quad (7)$$

$$y_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, k \in K \quad (8)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (9)$$

(1)式は目的関数であり, フロー費用とデザイン費用の総和を最小化する. (2)式はフロー保存式であり, ノードに流入するフローと流出するフロー変数値の差が, 品種 k の始点 o であれば -1 , 終点 k であれば 1 , その他のノードであれば 0 であることを表す. この式は, 各品種について, 必ず始点から終点まで需要が移動することを保証する. (3)式は, 容量制約式である. アーク (i, j) が選択されるとき, 左辺はアーク上を移動するフロー量の合計であり, これが右辺のアーク容量以下であることを表す. また, アークが選択されないときはフロー量の合計が 0 であることを表す. (4)式は, アーク (i, j) における品種 k の始点 o に関する強制制約式である. この式は, アーク (i, j) が選択されるときには始点を o とする品種 k のアークフロー変数値が最大で 1 となり,

アーク (i, j) が選択されないときには0となることを表す. (5)式は, アーク (i, j) , デザイン変数と品種 k に対する木変数に関する強制制約式である. この式は, アーク (i, j) が選択されるときには品種 k の木変数値が最大で1となり, アーク (i, j) が選択されないときには0となることを表す. (6)式は木変数により木が構成されることを表すものであり, ノードから出る木変数は最大で1であることを表す. (7)式はアークフロー変数の0-1条件, (8)式は木変数の0-1条件, (9)式はデザイン変数の0-1条件である.

2. 3 フロー木による定式化

TCND のフロー木による定式化 $TCNDT$ を示す.

($TCNDT$)

$$\min \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} \sum_{o \in O^k} \sum_{t \in T^k} \delta_{ij}^{ot} c_{ij}^{ok} z_t^k + \sum_{(i,j) \in A} f_{ij} y_{ij} \quad (10)$$

subject to

$$\sum_{t \in T^k} z_t^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (11)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{o \in O^k} \sum_{t \in T^k} \delta_{ij}^{ot} b^{ok} z_t^k \leq C_{ij} y_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (12)$$

$$\sum_{t \in T^k} \Delta_{ij}^t z_t^k \leq y_{ij} \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (13)$$

$$z_t^k \in \{0, 1\} \quad \forall t \in T^k, k \in K \quad (14)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (15)$$

(10)式は目的関数であり, フロー費用とデザイン費用の総和を最小化する. (11)式は, 品種 k のフロー木変数値の合計が1, すなわちノード k を終点とするフローは単一の木上のみで流れることを表す. (12)式は, アーク (i, j) が選択されるときはアーク上を移動するフロー量の合計がアーク容量以下であり, アークが選択されないときは0であることを表す容量制約式である. なお, この式の左辺はアーク (i, j) 上を流れるフロー量を表している. (13)式は, アーク (i, j) のデザイン変数と品種 k のフロー木変数に関する強制制約式である. この式の左辺はアーク (i, j) 上を品種 k のフローが流れるときに1, そうでないとき0となる. この強制制約式は必ずしも必要ではないが, この式を含めた定式化は強い定式化となり, この強制制約を含まない弱い定式化から得られる下界値よりも得られる下界値はより最適値に近いものとなる. (14)式はフロー木変数の0-1条件, (15)式はデザイン変数の0-1条件である. フロー木変数は木条件を満たすことから,

(4)~(6)式のような木制約を陽的に考慮する必要はない。

$TCNDT$ は、 $\sum_{k \in K} |T^k|$ 個である指数個のフロー木変数、 $|A|$ 個のデザイン変数と $|K| + |A| + |K||A|$ 本の制約式をもつ問題となる。0-1変数が指数個と膨大なものとなるので、小規模な問題であってもこの定式化を直接解くことは困難である。実際には、逐次、必要なフロー木変数を生成して問題を解く列生成法が用いられる。この列生成法をうまく適用すれば、アークフローによる定式化の場合よりも、陽的に使用する変数の数を抑えることができる。また、強制制約式の数も多いため、適時必要な強制制約式を生成する行生成法が適用できる。

3 数値実験

アークフローによる定式化 $TCNDA$ に対して、数値実験を行った。使用した問題は、容量制約をもつネットワーク設計問題に対する Crainic らのベンチマーク問題である37問のC問題 (Crainic et al. 2000) のデータをもとに、同一ノードを終点とするすべての需要に対してフロー木条件を付加したものである。数値実験では、アークフローによる定式化 $TCNDA$ を最適化ソルバー CPLEX により解き、上界値または最適値、および下界値を求めた。CPLEX 実行時に計算時間が30時間を超えた場合は、その時点における最良の下界値と上界値を求めた。また、CPLEX 実行時にエラーにより終了した場合もその時点における最良の下界値と上界値を求め、便宜上、計算時間を30時間とした。フロー木条件が上界値に及ぼす影響を考察するために、同じベンチマーク問題のデータを用いたフローが連続変数である容量制約をもつネットワーク設計問題 (CND) (Katayama 2013) および非分割フローを考慮した容量制約をもつネットワーク設計問題 ($UNSP$) (片山直登 2013) に対する上界値との比較を行った。

数値実験に使用したコンピュータはCPU INTEL i7 2600 3.4GHz 4Core, RAM 16GByte であり、OS および最適化ソルバーはUBUNTU 12.04, CPLEX 12.4 (Parallel Version) である。

表1に、C問題に対する平均誤差 (ERROR, (上界値 - 下界値) / 下界値)、平均計算時間 (TIME)、最適解が求められた問題数 (No-OPT)、 CND に対する $TCND$ の上界値の平均増加率 (CND-INC)、および $UNSP$ に対する $TCND$ の上界値の平均増加率

表1 結果

ERROR (%)	TIME (sec)	No-OPT	UNSP-INC (%)	CND-INC (%)	UNSP-INC*	CND-INC*
1.60	56323.6	18/37	1.48	18.48	0.59	2.72

*:問題 100/400/10, 問題 100/400/30 を除く平均値

(UNSP-INC) を示す。UNSP に対する TCND の上界値の増加率は非分割フロー問題に対してフロー木条件を付加した場合の費用の平均増加率を表し、CND に対する TCND の上界値の増加率は分割を許す問題に対してフロー木条件を付加した場合の費用の平均増加率を表している。なお、*は問題100/400/10および問題100/400/30を除く平均値である。誤差の平均値は1.60%であり、比較的小さな値となっている。平均計算時間は56323.3秒であり、15時間を超えている。これは、最適解が求められた問題が18問、求めることができなかつた問題が19問であり、後者の問題では計算時間が上限の30時間に達しているためである。UNSP に対する TCND の上界値の平均増加率は1.48%であり、CND に対する TCND の上界値の平均増加率は18.48%であった。後者は非常に大きい。問題100/400/10および問題100/400/30に対する増加率が極端に大きいためであり、これらを除くとそれぞれ0.59%と2.72%に留まっている。

表2に、個別問題に対する下界値(LB)、上界値(UB)、誤差(ERROR)および計算時間(TIME)を示す。LB欄の“O”は最適値、“L”は下界値であることを表している。誤差の最小値は0.00%であり、最大値は問題30/70/400/F/Lの7.43%である。計算時間のばらつきは大きく、数秒程度で最適解が求まるものから、30時間でも最適解が求まらない問題も存在している。表3に、個別問題に対するTCNDの上界値(TCND)、UNSPの上界値(UNSP)、CNDの上界値(CND)、UNSPに対する上界値の増加率(UNSP-INC)およびCNDに対する上界値の増加率(CND-INC)を示す。UNSPに対して、問題100/400/10/F/Lでは36.44%であった。また、CNDに対して、問題100/400/10/F/Tでは414.76%と約5倍、問題100/400/30/V/Tでは95.01%と約2倍にも達している。これらの問題はノード数が100、アーク数が400と多く、取りうる経路数が非常に多い問題である。UNSPまたはCNDの解におけるフローの経路がフロー木になっていない場合、実行可能な他の経路にフローが流れる。品種数が少なく、選択されているアーク数の割合が小さい場合、新たな多くのアークが選択され、多くのデザイン費用が発生するため、目的関数値が大幅に増加することになる。

表4に、ノード数別の平均誤差と増加率を示す。平均誤差は、ノード数20では1.72%、ノード数30では2.09%、ノード数100では0.00%である。UNSPに対する増加率は、ノード数20では0.50%、30では0.67%、100では6.07%である。CNDPに対する増加率は、ノード数20では3.02%、30では2.44%である。しかし、ノード数100は問題100/400/10および問題100/400/30であるために99.91%と極端に大きい。

表5にアーク数別の平均誤差と増加率を示す。平均誤差は、アーク数230では1.46%、300では1.95%、400では0.00%、520では1.99%、700では2.18%である。UNSPに対する増加率は、アーク数230では0.47%、300では0.51%、400では6.07%、520では0.48%、700では0.86%である。CNDPに対する増加率は、アーク数230では2.50%、300では3.48%、400では99.91%、520では2.28%、700では2.60%であり、いずれも2%を超えている。

表2 個別問題に対する結果

Problem	LB	UB	ERROR(%)	TIME(sec)
100/400/10/F/L	32888.0 ^O	32888.0	0.00	8.8
100/400/10/F/T	328177.0 ^O	328177.0	0.00	0.0
100/400/10/V/L	31785.0 ^O	31785.0	0.00	0.1
100/400/30/F/L	50227.0 ^O	50227.0	0.00	20374.3
100/400/30/F/T	188113.0 ^O	188113.0	0.00	1.0
100/400/30/V/T	750420.0 ^O	750420.0	0.00	1.0
20/230/040/V/L	423933.0 ^O	423933.0	0.00	0.7
20/230/040/V/T	398870.0 ^O	398870.0	0.00	0.6
20/230/040/F/T	669512.0 ^O	669512.0	0.00	0.6
20/230/200/V/L	93654.1 ^L	94803.0	1.23	108000.0
20/230/200/F/L	135236.0 ^L	139356.0	3.05	108000.0
20/230/200/V/T	97876.1 ^L	99238.0	1.39	108000.0
20/230/200/F/T	133572.4 ^L	139616.0	4.52	108000.0
20/300/040/V/L	430253.0 ^O	430253.0	0.00	0.6
20/300/040/F/L	597059.0 ^O	597059.0	0.00	1.2
20/300/040/V/T	501889.0 ^O	501889.0	0.00	0.8
20/300/040/F/T	645830.0 ^O	645830.0	0.00	1.0
20/300/200/V/L	74230.4 ^L	76366.0	2.88	108000.0
20/300/200/F/L	112486.1 ^L	118762.0	5.58	108000.0
20/300/200/V/T	75385.2 ^L	76687.0	1.73	108000.0
20/300/200/F/T	105353.7 ^L	111099.0	5.45	108000.0
30/520/100/V/L	54515.0 ^O	54515.0	0.00	1014.3
30/520/100/F/L	93355.8 ^L	96584.0	3.46	108000.0
30/520/100/V/T	53959.0 ^L	53959.0	0.00	53.6
30/520/100/F/T	98060.8 ^L	99276.0	1.24	108000.0
30/520/400/V/L	112293.4 ^L	114776.0	2.21	108000.0
30/520/400/F/L	147566.1 ^L	151521.0	2.68	108000.0
30/520/400/V/T	114942.7 ^L	116618.0	1.46	108000.0
30/520/400/F/T	150576.9 ^L	157908.0	4.87	108000.0
30/700/100/V/L	47883.0 ^O	47883.0	0.00	42.7
30/700/100/F/L	60275.8 ^L	60858.0	0.97	108000.0
30/700/100/V/T	47770.0 ^O	47770.0	0.00	444.1
30/700/100/F/T	56852.0 ^O	56852.0	0.00	10028.9
30/700/400/V/L	97203.8 ^L	99086.0	1.94	108000.0
30/700/400/F/L	131165.9 ^L	140907.0	7.43	108000.0
30/700/400/V/T	94703.6 ^L	96742.0	2.15	108000.0
30/700/400/F/T	128139.7 ^L	134526.0	4.98	108000.0

表3 他問題の上界値との比較

Problem	TCND	UNSP	CND	UNSP-INC(%)	CND-INC(%)
100/400/10/F/L	32888.0	24104.0	23949.0	36.44	37.33
100/400/10/F/T	328177.0	328177.0	63753.0	0.00	414.76
100/400/10/V/L	31785.0	31785.0	28423.0	0.00	11.83
100/400/30/F/L	50227.0	50227.0	49018.0	0.00	2.47
100/400/30/F/T	188113.0	188113.0	136250.0	0.00	38.06
100/400/30/V/T	750420.0	750420.0	384802.0	0.00	95.01
20/230/040/V/L	423933.0	423933.0	423848.0	0.00	0.02
20/230/040/V/T	398870.0	398870.0	371475.0	0.00	7.37
20/230/040/F/T	669512.0	668699.0	643036.0	0.12	4.12
20/230/200/V/L	94803.0	94644.0	94213.0	0.17	0.63
20/230/200/F/L	139356.0	138084.0	137642.3	0.92	1.25
20/230/200/V/T	99238.0	98610.0	97914.0	0.64	1.35
20/230/200/F/T	139616.0	137594.0	135866.5	1.47	2.76
20/300/040/V/L	430253.0	430253.0	429398.0	0.00	0.20
20/300/040/F/L	597059.0	597059.0	586077.0	0.00	1.87
20/300/040/V/T	501889.0	501766.0	464509.0	0.02	8.05
20/300/040/F/T	645830.0	643395.0	604198.0	0.38	6.89
20/300/200/V/L	76366.0	75802.0	74811.0	0.74	2.08
20/300/200/F/L	118762.0	117617.0	115539.0	0.97	2.79
20/300/200/V/T	76687.0	76357.0	74991.0	0.43	2.26
20/300/200/F/T	111099.0	109385.0	107102.0	1.57	3.73
30/520/100/V/L	54515.0	54387.0	53958.0	0.24	1.03
30/520/100/F/L	96584.0	95877.0	93967.0	0.74	2.79
30/520/100/V/T	53959.0	53812.0	52046.0	0.27	3.68
30/520/100/F/T	99276.0	99204.0	97107.0	0.07	2.23
30/520/400/V/L	114776.0	114295.0	112774.4	0.42	1.77
30/520/400/F/L	151521.0	150965.0	149335.4	0.37	1.46
30/520/400/V/T	116618.0	116306.0	114640.5	0.27	1.72
30/520/400/F/T	157908.0	155641.0	152510.6	1.46	3.54
30/700/100/V/L	47883.0	47883.0	47603.0	0.00	0.59
30/700/100/F/L	60858.0	60384.0	59958.0	0.78	1.50
30/700/100/V/T	47770.0	47670.0	45871.5	0.21	4.14
30/700/100/F/T	56852.0	56686.0	54904.0	0.29	3.55
30/700/400/V/L	99086.0	98535.0	97875.0	0.56	1.24
30/700/400/F/L	140907.0	137017.0	134589.8	2.84	4.69
30/700/400/V/T	96742.0	96366.0	95249.6	0.39	1.57
30/700/400/F/T	134526.0	132112.0	129909.6	1.83	3.55

表4 ノード数別の平均誤差と増加率 (%) 表5 アーク数別の平均誤差と増加率 (%)

NODE	ERROR	UNSP-INC	CND-INC
20	1.72	0.50	3.02
30	2.09	0.67	2.44
100	0.00	6.07	99.91

ARC	ERROR	UNSP-INC	CND-INC
230	1.46	0.47	2.50
300	1.95	0.51	3.48
400	0.00	6.07	99.91
520	1.99	0.48	2.28
700	2.18	0.86	2.60

表6 品種数別の平均誤差と増加率 (%) 表7 フロー費用・容量別の平均誤差* (%)

ARC	ERROR	UNSP-INC	CND-INC
10	0.00	12.15	154.64
30	0.00	0.00	45.18
40	0.00	0.07	4.07
100	0.71	0.33	2.44
200	3.23	0.86	2.11
400	3.46	1.02	2.44

VF/LT	ERROR	UNSP-INC	CND-INC
FL	3.31	0.95	2.34
FT	2.63	0.90	3.80
VL	1.03	0.27	0.94
VT	0.84	0.28	3.77
AVE	1.91	0.59	2.72

* : 問題100/400/10, 問題100/400/30を除く

表6に品種数別の平均誤差と増加率を示す。平均誤差は、品種数10, 30および40では0.00%, 100では0.71%, 200では3.23%, 400では3.46%である。品種数が200および400では、誤差は3%を超えており、比較的大きい。UNSPに対する増加率は、問題100/400/10および問題100/400/30である品種数10では12.15%と大きい。また、品種数30では0.00%, 40では0.07%, 100では0.33%, 200では0.86%, 400では1.02%である。CNDPに対する増加率は、問題100/400/10 および問題100/400/30である品種数10と30では、154.64%と45.18%であり、極端に大きい。また、品種数40 では4.07%, 100では2.44%, 200では2.11%, 400では2.44%である。

表7に問題100/400/10および問題100/400/30を除くフロー費用・容量別の平均誤差と増加率を示す。問題100/400/10 および問題100/400/30を除いているのは、これらの問題は増加率が極端に大きいためである。FL（デザイン費用が高い、容量制約が緩い）では平均誤差は3.31%, FT（デザイン費用が高い、容量制約がきつい）では平均誤差は2.63%と2%を超えている。デザイン費用が高い場合、アーク選択により費用が大きく変化するため、誤差が大きくなる傾向がある。一方、VL（フロー費用が高い、容量制約が緩い）では平均誤差は1.03%, VT（フロー費用が高い、容量制約がきつい）では平均誤差は0.84%と1%程度である。UNSPに対する増加率は、FL では0.95%, FL では0.90%と1%程度である。また、VLでは0.27%, VLでは0.28%と低くなっている。CNDに対する増加率は、FLでは2.34%, FLでは3.80%, VLでは0.94%, VLでは3.77%であり、VL以外は比較的に大きい。

問題100/400/10や問題100/400/30を除けば、UNSPやCNDはTCNDの良い近似と

なっていることが分かった。このことから、問題100/400/10と問題100/400/30以外では、フロー木条件は上界値にそれほど影響を与えないことが明らかになった。ノード数100の2つの問題群は短時間で最適解を求めることができることから、*TCND*を短時間で解けない場合は、*UNSP* または *CND* で近似することが考えられる。

4 おわりに

本研究では、フロー木条件を考慮した容量制約をもつネットワーク設計問題に対して、アークフローと木変数を用いた定式化、およびフロー木を用いた定式化を示した。続いて、アークフローと木変数を用いた定式化を用いて、ベンチマーク問題を最適化ソルバーを用いて解き、問題の困難性を検討した。最後に、フローが連続変数である容量制約をもつネットワーク設計問題、および非分割フローを考慮した容量制約をもつネットワーク設計問題の上界値と比較し、フロー木条件が上界値に及ぼす影響を考察した。

C問題の対する平均誤差は1.60%であり、比較的にな小さなものとなった。その一方で、平均計算時間は15 時間を超えている。このため、同程度の誤差で、計算時間を大幅に短縮できるような近似解法の開発が必要である。また、多くの問題で非分割フローを考慮した問題の上界値との差は小さく、非分割フローを考慮した問題はフロー木を考慮した問題のよい緩和問題となることが分かった。しかし、一部の問題では上界値の増加率が高くなる可能性があるため、注意が必要である。

本研究は科学研究費基盤研究 C (課題番号25350454) による成果の一部である。

参考文献

- Balakrishnan, A., T. L. Magnanti, P. Mirchandani. 1997. Network design. M. Dell'Amico, F. Maffioli, S. Martello, eds., *Annotated Bibliographies in Combinatorial Optimization*. John Wiley & Sons, New York, 311-334.
- Costa, A. M. 2005. A survey on benders decomposition applied to fixed-charge network design problems. *Computers and Operations Research* **32** 1429-1450.
- Crainic, T. G. 2003. Long-haul freight transportation. R. W. Hall, ed., *Handbook of Transportation Science*. Kluwer Academic Publishers, 451-516.
- Crainic, T. G., M. Gendreau, J. M. Farvolden. 2000. A simplex-based tabu search for capacitated network design. *INFORMS journal on Computing* **12** 223-236.
- Crainic, T. G., J. Roy. 1992. Design of regular intercity driver routes for the LTL motor carrier industry. *Transportation Science* **26** 280-295.
- Crainic, T. G., J. Roy. 1993. OR tools for tactical freight transportation planning. *European journal of Operational Research* **33** 290-297.

- Erera, A., M. Hewitt, M. Savelsbergh, Y. Zhang. 2012. Improved load plan design through integer programming based local search. *Transportation Science* doi:10.1287/trsc.1120.0441.
- Farvolden, J. M., W. B. Powell. 1994. Subgradient methods for the service network design problem. *Transportation Science* **28**(3) 256–272.
- Gendron, B., T. G. Crainic, A. Frangioni. 1997. Multicommodity capacitated network design. Tech. Rep. CIRRELT-98-14, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal.
- Hoppe, B., E. Z. Klampfl, C. McZeal, J. Rich. 1999. Strategic load-planning for less-than-truckload trucking. Tech. Rep. CRPC-TR99812-S, Center for Research on Parallel Computation, Rice University.
- Jarrah, A. I., E. Johnson, L. C. Neubert. 2009. Large-scale, less-than-truckload service network design. *Operations Research* **57**(3) 609–625.
- Katayama, N. 2013. A combined capacity scaling and local branching approach to capacitated multi-commodity network design problem. *Transportation Science* Submitted for publication.
- Magnanti, T. L., R. T. Wong. 1984. Network design and transportation planning : Models and algorithms. *Transportation Science* **18** 1–55.
- Minoux, M. 1989. Network synthesis and optimum network design problems: Models, solution methods and applications. *Networks* **19** 313–360.
- Powell, W. B. 1986. A local improvement heuristic for the design of less-than-truckload motor carrier networks. *Transportation Science* **20** 246–257.
- Powell, W. B., I. A. Koskosidis. 1992. Shipment routing algorithms with tree constraints. *Transportation Science* **26**(3) 230–245.
- Powell, W. B., Y. Sheffi. 1983. The load planning problem of motor carriers: Problem description and a proposed solution approach. *Transportation Research A* **17** 471–480.
- Powell, W. B., Y. Sheffi. 1989. Design and implementation of an interactive optimization system for network design in the motor carrier industry. *Operations Research* **37** 12–29.
- Roy, J., T. G. Crainic. 1992. Improving intercity freight routing with a tactical planning model. *Interfaces* **22** 31–44.
- Roy, J., L. Delorme. 1989. NETPLAN: A network optimization model for tactical planning in the less-than-truckload motor-carrier industry. *INFOR* **27** 22–35.
- Wong, R. T. 1984. Introduction and recent advances in network design: Models and algorithms. M. Florian, ed., *Transportation Planning Models*. Elsevier Science, North Holland, Amsterdam, 187–225.
- Wong, R. T. 1985. Location and network design. M. O’heEigearthaigh, J. Lenstra, A. RinnooyKan, eds., *Combinatorial Optimization Annotated Bibliographies*. John Wiley &

Sons, New York, 129–147.

Yaghini, M., M. Rahbar. 2012. Multicommodity network design problem in rail freight transportation planning. *Procedia-Social and Behavioral Sciences* **43** 728–739.

片山直登. 2002. 共同輸送ネットワーク設計問題に対するlagrange緩和法. 流通情報学部紀要 **6** (2) 81–91.

片山直登. 2008. ネットワーク設計問題. 朝倉書店.

片山直登. 2013. 非分割フローを考慮した容量制約をもつネットワーク設計問題. 流通情報学部紀要**18**(1) 1–19.