

容量制約をもつネットワーク設計問題の 研究の調査と数値実験の比較

片山直登

1 はじめに

容量制約をもつネットワーク設計問題 (Capacitated Network Design Problem : *CND*) は, アーク容量の制約をもつネットワークにおいて, 多品種のモノが移動するときに, 費用が最小となるようなネットワークの形状とモノが移動するパスを求める問題であり, ロジスティックスや通信ネットワーク分野に現れる重要な問題である.

本研究では, *CND*に対する従来の研究を調査し, 主な研究による数値実験の結果の比較を行う.

2 問題の定式化

はじめに, *CND*の前提条件, 使用する記号および*CND*の定義を示す. 続いて, アークフローによる弱い定式化, 強い定式化, およびパスフローによる強い定式化を示す.

2. 1 前提条件, 記号および問題の定義

*CND*の前提条件を示す.

- ・ノード集合が与えられている.
- ・アーク集合が与えられている.
- ・アークは向きをもつ.
- ・アークには, 非負のデザイン費用が与えられている.
- ・アークには, 単位当たりの非負のフロー費用が与えられている.
- ・アークには, 単位期間当たりの処理量の上限であるアーク容量が与えられている.
- ・複数の品種からなる品種集合が与えられている.

- ・各品種の需要が与えられている.
- ・各品種の需要は, 始点から終点までのパス上を移動する.

CNDの定式化で使用する記号の定義を示す.

- ・ N : ノード集合
- ・ A : アーク集合
- ・ K : 品種集合
- ・ N_n^+ : ノード n を始点とするアークの終点であるノード集合
- ・ N_n^- : ノード n を終点とするアークの始点であるノード集合
- ・ P^k : 品種 k の取り得るパス集合
- ・ c_{ij}^k : アーク (i, j) 上における品種 k の非負のフロー費用
- ・ f_{ij} : アーク (i, j) の非負のデザイン費用
- ・ C_{ij} : アーク (i, j) のアーク容量
- ・ d^k : 品種 k の需要
- ・ δ_{ij}^p : パス p にアーク (i, j) が含まれるとき 1, そうでないとき 0 を表す定数
- ・ O^k : 品種 k の始点
- ・ D^k : 品種 k の終点
- ・ x_{ij}^k : 品種 k のフローがアーク (i, j) 上を移動する量を表すアークフロー変数; 非負の連続変数
- ・ z_p^k : 品種 k のフローがパス p 上を移動する量を表すパスフロー変数; 非負の連続変数
- ・ y_{ij} : アーク (i, j) を選択するとき 1, そうでないとき 0 であるデザイン変数; 0 - 1 変数

CNDの定義を示す.

定義 2.1 (CND) ノード集合 N , デザイン費用 f , フロー費用 c , アーク容量 C をもつ向きをもつアーク集合 A , 品種の需要 d をもつ品種集合 K が与えられている. このとき, フロー費用とデザイン費用の合計を最小にするアーク集合 A' ($\subseteq A$), およびアーク容量を満足するフロー x または z を求めよ.

2. 2 アークフローによる弱い定式化

アークにおける品種の需要に関する強制制約式を含まないCNDのアークフローによる弱い定式化をCAFWとする. CAFWは, 次のようになる.

(CAFW)

$$\text{最小化} \quad \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} c_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{(i,j) \in A} f_{ij} y_{ij} \quad (1)$$

$$\text{条件} \quad \sum_{i \in N_n^+} x_{in}^k - \sum_{j \in N_n^-} x_{nj}^k = \begin{cases} -d^k & \text{if } n = O^k \\ d^k & \text{if } n = D^k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall n \in N, k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ij}^k \leq C_{ij} y_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (3)$$

$$x_{ij}^k \geq 0 \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (4)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (5)$$

(1)式は目的関数であり、フロー費用とデザイン費用の総和を最小化する。(2)式はフロー保存式であり、ノードに流入するフローと流出するフローの差が、品種 k の始点であれば $-d^k$ 、終点であれば d^k 、その他のノードであれば0であることを表す。この式は、各品種について、必ず始点から終点まで需要が移動することを保証する。(3)式は、容量制約式である。この式は、アーク (i, j) が選択されるときはアーク上を移動するフロー量の合計がアーク容量以下であり、アークが選択されないときは0であることを表す。(4)式はアークフロー変数の非負条件、(5)式はデザイン変数の0-1条件である。

CAFWは、 $|A| \times |K|$ 個のアークフロー変数、 $|A|$ 個のデザイン変数、および $|N| \times |K| + |A|$ 本の制約式をもつ問題となる。品種の需要に関する強制制約式を含まない定式化であるため、下界値が劣る弱い定式化となる。

2. 3 アークフローによる強い定式化

アークにおける品種の需要に関する強制制約式を含むCNDのアークフローによる強い定式化をCAFSとする。CAFSは、次のようになる。

(CAFS)

$$\text{最小化} \quad \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} c_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{(i,j) \in A} f_{ij} y_{ij} \quad (6)$$

$$\text{条件} \quad \sum_{i \in N_n^+} x_{in}^k - \sum_{j \in N_n^-} x_{nj}^k = \begin{cases} -d^k & \text{if } n = O^k \\ d^k & \text{if } n = D^k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall n \in N, k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ij}^k \leq C_{ij} y_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (8)$$

$$0 \leq x_{ij}^k \leq d^k y_{ij} \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (9)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (10)$$

(9)式は、アーク (i, j) における品種 k の需要 d^k に関する強制制約式である。この式は、アーク (i, j) が選択されるときには品種 k のフローが最大で d^k となり、アーク (i, j) が選択されないときには0となることを表す。 $d^k > C_{ij}$ である品種の需要が存在する場合、この制約式の右辺は $\min(d^k, C_{ij}) y_{ij}$ に置き換えることができる。

CAFSは、 $|A||K|$ 個のアークフロー変数、 $|A|$ 個のデザイン変数、 および $|N||K| + |A| + |A||K|$ 本の制約式をもつ問題となる。CAFSは強制制約式を含む定式化であるため、CAFWよりも強い定式化となり、CAFSの線形緩和による下界値はCAFWによる下界値よりも優れている。しかし、(9)式があるため、制約式の数が増加し、CAFWよりも難しい問題となる。

2. 4 パスフローによる強い定式化

CNDのパスフローによる強い定式化CPFSを示す。

(CPFS)

$$\text{最小化} \quad \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} c_{ij}^k \sum_{p \in P^k} \delta_{ij}^p z_p^k + \sum_{(i,j) \in A} f_{ij} y_{ij} \quad (11)$$

$$\text{条件} \quad \sum_{p \in P^k} z_p^k = d^k \quad \forall k \in K \quad (12)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} \delta_{ij}^p z_p^k \leq C_{ij} y_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (13)$$

$$\sum_{p \in P^k} \delta_{ij}^p z_p^k \leq d^k y_{ij} \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (14)$$

$$z_p^k \geq 0 \quad \forall p \in P^k, k \in K \quad (15)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (16)$$

(11)式は目的関数であり、フロー費用とデザイン費用の総和を最小化する。ここで $\sum_{p \in P^k} \delta_{ij}^p z_p^k$ は x_{ij}^k に一致する。(12)式は、品種 k のパスフローの合計が品種 k の需要 d^k に一致することを表す需要保存式である。(13)式は、アーク (i, j) が選択されるときはアーク上を移動するフロー量の合計がアーク容量以下であり、アークが選択されないときは0であることを表す容量制約式である。(14)式は、アーク (i, j) における品種 k の需要 d^k に関する強制制約式である。(15)式はパスフローの変数の非負制約であり、(16)式はデザイン変数の0-1条件である。

CPFSは、 $\sum_{k \in K} |P^k|$ 個である指数個のパスフロー変数、 $|A|$ 個のデザイン変数と $|K| + |A| + |A||K|$ 本の制約式をもつ問題となる。変数が指数個と膨大なものとなる

ので、小規模な問題であってもこの定式化を直接解くことは困難である。実際には、逐次、必要なパスフロー変数を生成して問題を解く列生成法が用いられる。この列生成法をうまく適用すれば、アークフローによる定式化の場合よりも、陽的に使用する変数の数を抑えることができる。

3 従来の研究

CNDに対する従来の研究は、大きく多面体解析、緩和法、近似解法の三種類に分けることができる。

多面体解析として、問題の実行可能領域を満足し、緩和問題の実行可能領域の一部を満足しない制約式である妥当不等式の提示がある。片山-春日井 [22] はカットセット上のフローに関する制約からカットセット不等式を示している。Magnanti-Mirchandani-Vachani [23] はカットセット不等式、三分割不等式および剰余容量不等式を示している。Barahona [3] は多カットセット不等式を示している。また、Chouman-Crainic-Gendron [5, 6] はカットセット不等式、被覆不等式、最小基数不等式、およびこれらの持ち上げによる妥当不等式を示している。

緩和法としては、線形緩和とLagrange 緩和が用いられている。しかし、容量制約のない問題と比べて、定式化自体が弱く、緩和問題から得られる下界値は相対的に良くない。片山-春日井 [22] はカットセット不等式を用いた定式化に対する双対上昇法を示し、Gendron-Crainic [14, 16] およびGendron-Crainic-Frangioni [15] は線形緩和問題とLagrange 緩和問題、およびその解法を示し、Crainic-Frangioni-Gendron [8] は束法を用いた劣勾配法を提案している。また、Holmberg-Yuan [20] はLagrange緩和と分枝限定法を組合せた解法を示し、Herrmann-Ioannou-Minis-Proth [19] は容量制約のない問題に対する双対上昇法を拡張した解法を提案している。

近似解法としては、初期には貪欲法、2000年以降はタブー探索法をはじめとするメタ解法、2009年以降は最適化ソルバーとメタ解法を組み合わせた解法が用いられている。Gendron-Crainic [15, 16] は多品種フロー問題に対する資源主導にもとづく解法を応用した近似解法を示している。Crainic-Gendreau-Farvolden [9] およびZaleta-Socarras [29] は単体法にもとづいたタブー探索法を提案し、Ghamlouche-Crainic-Gendreau [17] はサイクルにもとづいたタブー探索法を提案している。

Ghamlouche-Crainic-Gendreau [18] およびÁlvarez-González-De-Alba [1, 2] はパス再結合法や散布法とよばれるメタ解法を提案している。Crainic-Gendreau [10] は共同タブー探索法、Crainic-Li-Toulouse [12] は多レベル共同タブー探索法を提案している。Crainic-Gendron-Hernu [11] は傾斜スケールリング法を提案し、Pochet-Vyve [28] は単一品種問題に容量スケールリング法を適用している。

最近になって、最適化ソルバーなどの分枝限定法とメタヒューリスティクスを組合せた解法が開発され、成果を挙げている。Katayama-Chen-Kubo [26] は容量スケールリング法と限定分枝限定法, Rodriguez-Salazar [21] は局所分枝を分枝限定法に組み込んだ解法, Hewitt-Nemhauser-Savelsbergh [24] は限定問題を解くことにより広い近傍探索を行うIP探索法, Chouman-Crainic [4] はMIPモデルとタブー探索法を組合せた解法, Katayama-Yurimoto [27] は容量スケールリング法と局所分枝法を組合せた解法を提案している。

片山直登, 春日井博 (1993) [22]

カットセット上のフローに関する制約の丸めによるカットセット不等式を示し、このカットセット不等式を用いた定式化に対する双対上昇法を示している。双対上昇法では、線形緩和問題の双対問題を作成し、各品種のパスが最短パスとなる条件を満足する範囲内で双対変数を効率的に設定し、下界値を上昇させている。また、双対上昇法との比較にフロー保存式に対するLagrange緩和法を用いている。14ノード、91アークまでの問題について数値実験を行っている。

Magnanti-Mirchandani-Vachani (1993) [23]

多面体解析を行っている。3ノードの問題に対して、カットセット不等式から三分割不等式を導いている。また、フロー保存式をLagrange緩和した単一アーク問題に対するファセットおよびアーク剰余容量不等式を示している。

Gendron-Crainic-Frangioni (1994) [15]

品種毎に非集約化した強制制約式を含む定式化について、フロー保存式に対するLagrange緩和法、容量制約式と強制制約式に対するLagrange緩和問題を示し、劣勾配法を用いた解法を示している。100ノード、1600アーク、200品種までの問題について数値実験を行っている。

Gendron-Crainic (1994) [14]

強制制約式を含む定式化について、強制制約式に対するLagrange緩和問題とその解法、およびデザイン変数の緩和を用いた資源分解ヒューリスティックを示している。さらに、並列計算機の実環境における上界値と下界値の並列計算手法を示している。二部グラフ上の100ノード、2500アーク、100品種までの問題について数値実験を行っている。

Barahona (1996) [3]

フロー変数が整数である問題を対象としている。カットセット上のフローに関する制約の丸めによるカットセット不等式を示している。さらに、ネットワークを分割したノード集合間に跨るアーク数の制約である多カット不等式およびその生成法を示している。64ノード、2016品種までの問題について数値実験を行っている。

Herrmann-Ioannou-Minis-Proth (1996) [19]

Balakrishnan-Magnanti-Wongが示した容量制約のない問題に対する双対上昇法を容量制約をもつ問題に拡張している。双対上昇法の過程において、スラック変数が0となるデザイン変数により構成されるネットワークを求め、このネットワーク上で多品種フロー問題を解き、容量が不足するアークがあればフロー費用にペナルティーを加えて、双対上昇法を解き直す方法である。

Gendron-Crainic (1996) [16]

Lagrange 緩和解をもとにした資源分解ヒューリスティックを示している。これは、射影問題を解くことによってデザイン変数を定め、緩和された容量制約式を満足しかつフロー解の近傍にある解を求め、フローが正であるアークに対して一定の基準を用いてアークを削除していく方法である。100ノード、700アーク、400品種までの問題について数値実験を行い、資源分解ヒューリスティックとCPLEXによる分枝限定法と比較している。ここで使用したC問題は、CNDのベンチマーク問題として使用されている。

Gendron (1999) [13]

Herrmannらが示した双対上昇法により算出した値が下界値とならない例を示し、彼らの示した下界値の解法が妥当でないことを指摘している。

Crainic-Gendreau-Farvolden (2000) [9]

パスフローを用いた定式化を使用し、単体法における基底解であるパスフローにもとづいたタブー探索法を示している。タブー探索法では、連続近傍に対する局所探索に短期メモリを、離散近傍に対する多様化に長期メモリを適用している。100ノード、700アーク、400品種までのC問題について数値実験を行い、貪欲法および資源分解ヒューリスティックと比較している。

Crainic-Frangioni-Gendron (2001) [8]

二種類のLagrange 緩和問題を示し、劣勾配を求める手法として束法を用いた解法を示している。束法は、過去の劣勾配と現在の劣勾配から、二次計画問題を解くことによってノルムが最小となる降下方向を求める手法である。100ノード、700アーク、400品種までのC問題について数値実験を行い、通常の劣勾配法およびCPLEXの分枝限定法と比較している。

Holmberg-Yuan (2000) [20]

フロー保存条件に対するLagrange緩和問題とその解法、および分枝限定法を示している。Lagrange緩和問題では、カットセット不等式をカットとして追加している。分枝限定法における下界値の算出にはLagrange緩和問題を用いており、厳密法と変数の近似的固定法を用いた近似解法を示している。150ノード、1000アーク、282品種までの問題について数値実験を行っている。

Crainic-Gendreau (2002) [10]

単体法における基底解であるパスフローに対するタブー探索法を並列計算モデルに拡張した共同解法を提案している。この解法では、適当な解集合をプールしておき、この集合から六種類の基準により初期解を取り出し、初期解をタブー探索法により改善し、得られた局所解をプールするという手順を繰り返す。100ノード、700アーク、400品種までのC問題、および20ノード、315アーク、200品種までのR問題について数値実験を行い、六種類の基準と共同解法でないタブー探索法を比較している。

Ghamlouche-Crainic-Gendreau (2003) [17]

サイクルにもとづいた近傍を用いたタブー探索法を示している。これは、ネットワーク上の負の費用をもつサイクルを見つけ、このサイクル上でフローを変更し、複数のアークの付加や削除を同時に行うという近傍探索にもとづいた方法である。100ノード、700アーク、400品種までのC問題、および20ノード、315アーク、200品種までのR問題について数値実験を行い、パスフローにもとづいたタブー探索法と比較している。

Chouman-Crainic-Gendron (2003) [5]

いくつかの妥当不等式とこれらを持ち上げた不等式を示している。カットセットに対する最小被覆から被覆不等式を導き、カットセット上に存在すべき最小のアーク数から最小基数不等式を導いている。さらに、ネットワークカットセット不等式も示している。これらの不等式を用いた切除平面法を示し、100ノード、700アーク、400品種までのC問題について数値実験を行い、線形緩和問題による下界値と比較している。

Crainic-Gendron-Hernu (2004) [11]

線形緩和フロー解をもとにフロー費用を変化させて緩和問題を解き直すという傾斜スケールリング法を示している。また、フロー保存式、容量制約式および強制制約式を緩和したLagrange摂動を用いた傾斜スケールリング法、および長期メモリを用いた傾斜スケールリング法も示している。100ノード、700アーク、400品種までのC問題について数値実験を行い、CPLEX、パスフローにもとづいたタブー探索法、サイクルにもとづいたタブー探索法、パス再結合法と比較している。

Ghamlouche-Crainic-Gendreau (2004) [18]

参照解集合から初期解とガイド解を選び、これらの解から新たな解を生成していくパス再結合法を提案している。参照解集合は、サイクルにもとづいたタブー探索法によって求めた解集合から選択している。また、六種類の参照解集合の選択方法と、六種類の初期解とガイド解の選択法を示している。700アーク、400品種までC問題について数値実験を行い、数値実験を行っている。

Pochet-Vyve (2004) [28]

単一品種問題：線形緩和フロー解にもとづいてアーク容量を変更した線形緩和問題を解き直し、デザイン変数が0または1になるまで繰り返すという容量スケールリング法

を提案している。ロットサイズ決定問題, 1始点・1終点のネットワーク設計問題, 多始点・多終点をもつ単一品種のネットワーク設計問題について数値実験を行い, 制限時間つきの分枝限定法などの解法と比較している。

Zaleta-Socarras (2004) [29]

向きをもたないアークのモデルに対してタブー探索法を適用している。タブー探索法はCrainic-Gendreau-Farvoldenとほぼ同一である。50ノード, 100品種までの問題について数値実験を行っている。

Álvarez-González-De-Alba (2005) [2]

散布探索法を用いた解法を示している。散布探索法はパス再結合法ともよばれ, 参照解集合の解の組合せによって新たな解を生成し, 改善していく方法である。解の改善には, 剰余デザイン費用とフロー費用によるパス費用を求め, これにもとづきフローを入れ替える方法を用いている。50ノード, 100品種までの問題について数値実験を行い, CPLEXおよび双対上昇法と比較している。

Álvarez-González-De-Alba (2005) [1]

ランダム化貪欲適応探索法を散布探索法に組み込んだ解法を示している。ランダム化貪欲適応探索法は, 多スタート局所探索法における局所探索法の初期解の生成過程にランダム性を加味した貪欲法を用いる方法である。50ノード, 100品種までの問題について数値実験を行い, CPLEXおよび双対上昇法と比較している。

Crainic-Li-Toulouse (2006) [12]

並列計算モデルである共同解法を多レベルに拡張した解法を示している。この解法は, 固定したアーク数をレベルと定義し, 各レベルのエリート解を初期解とした隣接するレベルにおけるサイクルにもとづいたタブー探索法を行い, 解を改善する方法である。700アーク, 400品種までのC問題について数値実験を行い, サイクルにもとづいたタブー探索法およびパス再結合法と比較している。

Chouman-Crainic-Gendron (2009) [6]

強い妥当不等式, 被覆不等式, 最小基数不等式, フロー被覆不等式, フロー束不等式の五つの妥当不等式を示し, これらの妥当不等式を切除平面とした解法を示している。切除平面のための効率的な分離問題および妥当不等式の持上げ方法を示している。100ノード, 700アーク, 400品種までのC問題, および20ノード, 315アーク, 200品種までのR問題について数値実験を行い, 妥当不等式による下界値の有効性を示している。

Katayama-Chen-Kubo (2009) [26]

パスフロー変数による強制制約式を含む強い定式化に対して, パスフロー変数を適時生成する列生成法, 強制制約を適時生成する行生成法, 容量スケールリング法, および限定した分枝限定法を組合せた解法を提案している。容量スケールリング法は線形緩和

問題の解を用いて、疑似的に容量を修正し、収束解を導出する方法である。列生成法と行生成により、線形緩和問題を高速に解くことを可能にしている。容量スケールリング法による収束解を用いた限定した分枝限定法により、精度の高い解を算出可能としている。100ノード、700アーク、400品種までのC問題、および20ノード、315アーク、200品種までのR問題について数値実験を行っている。

Rodriguez-Salazar (2010) [21]

実行可能解からの距離を限定した広範囲な近傍内の解を求めることを繰り返すという局所分枝法を適用した解法を提案している。なお、近傍内の解は最適化ソルバーを用いて求めている。100ノード、700アーク、400品種までのC問題について数値実験を行っている。

Hewitt-Nemhauser-Savelsbergh (2010) [24]

IP探索法とよぶヒューリスティクス解法と最適化ソルバーを組合せた解法を提案している。これは、アークフロー変数を用いた定式化の線形緩和問題から導出された解をもとに、変数の対象となるアークと品種を適切に限定し、適当な切除平面を加えた整数計画問題を作成し、この問題を最適化ソルバーで解くというものである。変数としてのアーク選択方法として、三種類のランダムパス選択法、品種の選択方法として六種類のランダム品種選択法を示している。また、切除平面として、非集約不等式、持上げた被覆不等式を用いている。100ノード、700アーク、400品種までのC問題、および500ノード、3000アーク、200品種までの問題について数値実験を行っている。

Chouman-Crainic (2010) [4]

MIPタブー探索法とよぶタブー探索法と最適化ソルバーを組合せた解法を提案している。近傍解を生成するためにアーク均衡サイクルを導入し、強い下界値を算出するために切除平面を用いている。タブー探索法はGham-loucheら(2003)のサイクルにもとづいた近傍を用いたタブー探索法に、アーク均衡サイクルを適用している。最適化ソルバーにより、限定された近傍内の解を求めている。100ノード、700アーク、400品種までのC問題、およびR問題について数値実験を行っている。ただし、R問題に対する結果の詳細は記述されていない。

Katayama-Yurimoto (2011) [27]

Katayamaら(2009)の容量スケールリング法と局所分枝法を組合せた解法である。列生成法、強制制約を適時生成する行生成法、容量スケールリング法、および限定した分枝限定法により実行可能解を算出し、この解を初期化解として局所分枝法を行っている。限定した分枝限定法と局所分枝法では、最適化ソルバーを使用している。100ノード、700アーク、400品種までのC問題、および20ノード、315アーク、200品種までのR問題について数値実験を行っている。

4 数値実験結果の比較

Crainicらのベンチマーク問題 [9] であるC問題とR問題に対する数値実験の結果を調査し、比較する。ここで対象とするベンチマーク問題は、C問題（簡単な6問を除く37問）とR問題（153問）である。なお、記載した上界値と計算時間は、各論文に記載されているものである。また、下界値はアークフローによる強い定式化CAFSを最適化ソルバーCPLEXにより求めたものを使用し、この下界値と各論文に記載されている上界値から誤差を算出している。

C問題では、単体法に基づくタブー探索法 (SLT) [9]、共同並列タブー探索法 (CPT) [7]、サイクルに基づくタブー探索法 (CYT) [17]、パス再結合 (PRL) [18]、多レベル共同並列タブー探索法 (MPT) [12]、局所分枝法 (LBR) [21]、IP探索法 (IP) [24]、MIPタブー探索法 (MIP) [4]、容量スケールリング法 (CPS) [27, 25]、および容量スケールリング法と局所分枝法の組合せ (CSL) [27, 25] を対象とする。一方、R問題では、単体法に基づくタブー探索法 (SLT)、共同並列探索法 (CPT)、サイクルに基づくタブーサーチ法 (CYT)、容量スケールリング法 (CPS)、および容量スケールリング法と局所分枝法の組合せ (CSL) を対象とする。C問題に比べてR問題の結果が少ないのは、扱っていないか詳細が記載されていない論文が多いためである。なお、上界値の誤差を算出するために、CPLEX（最大72000秒）により最適値または下界値 (O/L) を求め、同時にCPLEXにより上界値 (CPX) も求めている。

各論文内で、使用しているコンピュータなどは以下の通りである。

- ・単体法に基づくタブー探索法：SUN Ultra60/2300, CPU 296MHz 2CPU (1CPU使用), RAM 2GByte
- ・共同並列タブー探索法：SUN Ultra Sparc 1/140, CPU 143MHz 16CPU, RAM128/64MBytes
- ・サイクルに基づくタブー探索法：SUN Enterprise 10000, CPU 400MHz 64CPU (1CPU使用), RAM 64GByte
- ・再結合：SUN Enterprise 10000, CPU 400MHz 64CPU (1CPU使用), RAM 64GByte
- ・多レベル共同並列タブー探索法：SUN Enterprise 10000, CPU 400MHz 64CPU, RAM 64GByte
- ・IP探索法：PC, CPU Xeon 2.66GHz 8Core, RAM 8GByte
- ・局所分枝法：PC, CPU 2.4GHz 2Core, RAM 2GByte
- ・MIPタブー探索法：不明
- ・容量スケールリング法：PC, CPU i7 2600 3.4GHz 4Core, RAM 16GByte
- ・容量スケールリング法と局所分枝法の組合せ：PC, CPU i7 2600 3.4GHz 4Core, RAM 16GByte

・CPLEX : Ver12.2, Parallel Version, : PC, CPU i7 2600 3.4GHz 4Core,
RAM16GByte

表 1 : 上界値の誤差の比較 : C問題 (%)

CPX	SLT	CPT	CYT	PRL	MPT	LBR	IP	MIP	CPS	CSL
0.63	12.02	8.44	5.33	4.87	4.09	3.42	2.00	1.18	1.53	0.66

表 2 : 上界値の誤差の比較 : R問題 (%)

CPX	SLT	CPT	CYT	CPS	CSL
0.13	9.47	5.99	3.59	0.61	0.15

表 3 : 計算時間の比較 : C問題 (秒)

CPX	SLT	CPT	CYT	PRL	LBR	IP	MIP	CPS	CSL5	CSL15
37746.3	2638.4	7031.4	10817.4	9432.3	574.6	408.1	6958.6	76.3	503.5	1390.5

表 4 : 計算時間の比較 : R問題 (秒)

CPX	SLT	CPT	CYT	CPS	CSL5	CSL15
8230.7	785.4	989.7	1575.2	45.7	265.2	493.6

C問題に対する数値実験結果である解法別の上界値の誤差を表1に示す。C問題において、メタ解法のみ解法では4.09~12.02%の平均誤差があるが、最適化ソルバーとメタ解法を組み合わせた方法では0.66~3.42%の平均誤差となっている。最適化ソルバーと組合せたMIPの平均誤差は1.18%と小さく、近似解法の中ではCSLの平均誤差が0.66%と最も小さい。しかし、単純にCPLEXで解いたCPXの平均誤差が0.63%と最小となっている。R問題に対する解法別の上界値の誤差を表2に示す。R問題において、メタ解法のみ解法では3.59~9.47%の平均誤差があるが、最適化ソルバーと組合せたCPSの平均誤差は0.61%と小さく、CSLの平均誤差は0.15%と最も小さい。しかし、CPLEXの平均誤差が0.13%と最小となっている。

C問題に対する平均計算時間を表3に、R問題に対する平均計算時間を表4に示す。ここで、CSL5は局所分枝法における近傍が5の場合であり、CSL15は15の場合である。使用しているコンピュータが異なるため、計算時間を直接比較することはできない。総じて、タブー探索法の平均計算時間は長く、それ以外の近似解法の計算時間は短い。特に、CPSの平均計算時間は短く、C問題では76.3秒、R問題では45.7秒となっている。一方、CPLEXの平均計算時間は、C問題では37746.3秒、R問題では8230.7秒と極端に長くなっている。これは、CPLEXの計算時間の上限を72000秒と設定しており、多くの問題でこの上限の時間に達しているためである。

表5に、C問題の個別の問題ごとの最適値/下界値、CPLEXおよびメタ解法のみ解法により得られた上界値を示す。表6に、最適化ソルバーとメタ解法を組合せた解法により得られた上界値を示す。表7に、CPLEXおよび各解法により得られた上界値の誤差を示す。C問題における最大誤差は、SLTでは37.01%、CPTでは29.93%、CYTでは13.50%、PRLでは10.77%、MPTでは11.14%であり、メタ解法のみ解法では最大

誤差が10%を超えている。LBRでは29.36%、IPでは16.26%、MIPでは10.09%、CPSでは10.06%であり、これらの解法でも最大誤差は10%を超えている。一方、CPXによる最大誤差は5.37%と小さく、CSLによる最大誤差は4.06%であり、最小となっている。なお、C問題の37問の内、CPLEXにより20問、CSLにより19問の最適値が求まっている。

表8および表9に、C問題における計算時間を示す。CPLEXで最適値が求められていない17問では、CPLEXの計算時間の上限である72000秒となっている。また、LBRの多くの計算時間が600秒となっているが、これは計算時間の上限を600秒と設定しているためであり、上限の時間を長くすれば、より良い解を算出できる可能性がある。一方、CLS5とCLS15は異なるパラメータによる計算時間であり、CSLではパラメータを6回変更した中の最良解を求めているため、トータルのCSLの計算時間は、CLS5とCLS15の時間の和の三倍程度となる。

表10から表14に、R問題の個別の問題ごとの最適値/下界値、CPLEXおよび各解法により得られた上界値を示す。表15から表19に、CPLEXおよび各解法により得られた上界値の誤差を示す。R問題における最大誤差は、SLTではr18.3の65.07%、CPTではr15.6の40.51%、CYTではr18.8の18.25%であり、メタ解法のみでは最大誤差が18%を超えている。CPSではr18.6の4.09%、CSLではr18.6の3.87%であり、最大誤差は5%以下となっている。一方、CPXによる最大誤差は3.75%である。なお、R問題の153問の内、CPLEXにより139問、CSLにより135問の問題で最適値が求まっている。特に、r01からr13までは、両解法で最適値が求まっている。

表20から表24に、R問題における計算時間を示す。平均計算時間におけるCLS5とCLS15は異なるパラメータによる計算時間であり、トータルのCSLの計算時間はCLS5とCLS15の時間の和の三倍程度となる。

5 おわりに

本研究では、CNDに対する従来の研究を調査し、主な研究による数値実験の結果の比較を行った。なお、本研究は科学研究費補助金基盤研究(C)(21510155)の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] A. M. Alvarez, J. L. González-Velarde, and K. De-Alba. Grasp embedded scatter search for the multicommodity capacitated network design problem. *Journal of Heuristics*, Vol. 11, pp. 233-257, 2005.
- [2] A. M. Alvarez, J. L. Gonzalez-Velarde, and K. De-Alba. Scatter search for network design problem. *Annals of Operations Research*, Vol. 138, No. 1, pp. 159-178, 2005.

- [3] F. Barahona. Network design using cut inequalities. *SIAM journal on Computing*, Vol. 6, pp. 823-837, 1996.
- [4] M. Chouman and T. G. Crainic. A MIP-tabu search hybrid framework for multicommodity capacitated fixed-charge network design. Technical Report CRT-2010-31, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal, 2010.
- [5] M. Chouman, T. G. Crainic, and B. Gendron. A cutting-plane algorithm based on cutset inequalities for multicommodity capacitated fixed charge network design. Technical Report CRT-2003-16, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal, 2003.
- [6] M. Chouman, T. G. Crainic, and B. Gendron. A cutting-plane algorithm for multicommodity capacitated fixed-charge network design. Technical Report CRT-2009-20, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal, 2009.
- [7] T. G. Crainic. Handbook of transportation science. In R. W. Hall, editor, *Long-haul Freight Transportation*, pp. 451-516. Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [8] T. G. Crainic, A. Frangioni and B. Gendron. Bundle-based relaxation methods for multicommodity capacitated fixed charge network design problems. *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 112, pp. 73-99, 2001.
- [9] T. G. Crainic, M. Gendreau, and J. M. Farvolden. A simplex-based tabu search for capacitated network design. *INFORMS journal on Computing*, Vol. 12, pp. 223-236, 2000.
- [10] T. G. Crainic and B. Gendron. Cooperative parallel tabu search for capacitated network design. *Journal of Heuristics*, Vol. 8, pp. 601-627, 2002.
- [11] T. G. Crainic, B. Gendron, and G. Hernu. A slope scaling/Lagrangean perturbation heuristic with long-term memory for multicommodity capacitated fixed-charge network design. *Journal of Heuristics*, Vol. 10, pp. 525-545, 2004.
- [12] T. G. Crainic, Y. Li, and M. Toulouse. A first multilevel cooperative algorithm for capacitated multicommodity network design. *Computers & Operations Research*, Vol. 33, pp. 2602-2622, 2006.
- [13] B. Gendron. A note on "a dual-ascent approach to the fixed-charge capacitated network design problems". Technical Report CRT-99-38, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal, 1999.
- [14] B. Gendron and T. G. Crainic. Parallel implementations of bounding procedures for multicommodity capacitated network design. Technical Report CRT-94-45, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal, 1994.
- [15] B. Gendron and T. G. Crainic. Relaxations for multicommodity capacitated network design problems. Technical Report CRT-965, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal, 1994.
- [16] B. Gendron and T. G. Crainic. Bounding procedures for multicommodity capacitated

- fixed charge network design problems. Technical Report CRT-96-06, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal, 1996.
- [17] I. Ghamlouche, T. G. Crainic, and M. Gendreau. Cycle-based neighbourhoods for fixed-charge capacitated multicommodity network design. *Operations Research*, Vol. 51, pp. 655-667, 2003.
- [18] I. Ghamlouche, T. G. Crainic, and M. Gendreau. Path relinking, cycle-based neighborhoods and capacitated multicommodity network design. *Annals of Operations Research*, Vol. 131, pp. 109-134, 2004.
- [19] J. W. Herrmann, G. Ioannou, I. Minis, and J. M. Proth. A dual ascent approach to the fixed charge capacitated network design problem. *European journal of Operational Research*, Vol. 95, pp. 476-490, 1996.
- [20] K. Holmberg and D. Yuan. A Lagrangian heuristic based branch-and-bound approach for the capacitated network design problem. *Operations Research*, Vol. 48, pp. 461-481, 2000.
- [21] I. Rodríguez-Maritn and J. J. Salazar-Gonzaleza. A local branching heuristics for the capacitated fixed-charge network design problem. *Computers & Operations Research*, Vol. 37, pp. 575-581, 2010.
- [22] 片山直登, 春日井博. 容量制約をもつ多品種流ネットワークデザイン問題. 日本経営工学会誌, Vol. 44, pp. 164-175, 1993.
- [23] T. L. Magnanti, P. Mirchandani, and R. Vachani. The convex hull of two core capacitated network design problems. *Mathematical Programming*, Vol. 60, pp. 233-250, 1993.
- [24] M. Hewitt, G. L. Nemhauser, and M. Savelsbergh. Combining exact and heuristics approaches for the capacitated fixed charge network flow problem. *Journal on Computing*, Vol. 22, pp. 314-325, 2010.
- [25] N. Katayama. Capacitated network design problem: Upper bounds and gaps. <http://www.rku.ac.jp/~katayama/sub02english.htm>.
- [26] N. Katayama, M. Chen, and M. Kubo. A capacity scaling heuristics for the multicommodity capacitated network design problem. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 232, pp. 90-101, 2009.
- [27] N. Katayama and S. Yurimoto. Combining capacity scaling and local branch approaches for the logistics network design problem. In *21th International Conference on Production Research*, 2011.
- [28] Y. Pochet and M. V. Vyve. A general heuristic for production planning problems. *Journal on Computing*, Vol. 16, pp. 316-327, 2004.
- [29] N. C. Zaleta and A. M. A. Socarras. Tabu search-based algorithm for capacitated multicommodity network design problems. In *14th International Conference on Electronics, Communications and Computers*, pp. 144-148, 2004.

表 5 : 上界値の比較 : C問題 (1/2)

PROB	O/L	CPX	SLT	CPT	CYT	PRL	MPT
100/400/010/F/L	23949	23949	24912	24753	23949	24022	24022
100/400/010/F/T	62516	63924	71128	70045	67014	65278	66284
100/400/010/V/L	28423	28423	28485	28423	28677	28485	28553
100/400/030/F/L	49018	49018	58773	56994	51552	51325	50456
100/400/030/F/T	131117	138165	149282	147072	145144	141359	145721
100/400/030/V/T	384802	384802	385185	384949	385508	384926	385282
20/230/040/V/L	423848	423848	425046	424509	424778	424385	426702
20/230/040/V/T	371475	371475	371816	371816	371893	371811	371475
20/230/040/F/T	643036	643036	644172	643774	645812	645548	652894
20/230/200/V/L	94213	94213	122592	106754	98995	100404	98582
20/230/200/F/L	137642	137642	188590	178841	146535	147988	143150
20/230/200/V/T	97914	97914	118057	112558	104752	104689	102030
20/230/200/F/T	135421	135867	182829	167173	147385	147554	141188
20/300/040/V/L	429398	429398	429912	429912	429535	429398	429837
20/300/040/F/L	586077	586077	589190	586406	593322	590427	593544
20/300/040/V/T	464509	464509	464509	464509	464724	464509	466004
20/300/040/F/T	604198	604198	606364	604781	607100	609990	619203
20/300/200/V/L	74593	74811	88398	82580	80819	78184	78210
20/300/200/F/L	113538	115489	151317	135330	123347	123484	121951
20/300/200/V/T	74991	74991	82724	83420	79619	78867	77251
20/300/200/F/T	106242	107102	135593	123047	114484	113584	111173
30/520/100/V/L	53958	53958	56426	55152	54958	54904	55754
30/520/100/F/L	93065	93960	104117	101134	99586	102054	99817
30/520/100/V/T	52046	52046	53288	52892	52985	53017	53512
30/520/100/F/T	96051	97098	107894	103758	105523	106130	102477
30/520/400/V/L	112626	112774	125831	122776	120652	119416	115671
30/520/400/F/L	147252	149093	177409	168144	161098	163112	156601
30/520/400/V/T	114640	114640	125518	121329	121588	120170	120980
30/520/400/F/T	150510	152658	174526	170134	167939	163675	160217
30/700/100/V/L	47603	47603	48984	48186	48398	48723	48869
30/700/100/F/L	59481	59958	65356	64603	62471	63091	63756
30/700/100/V/T	45872	45872	47083	47083	47025	47209	47457
30/700/100/F/T	54717	54904	58804	57486	57886	56576	56910
30/700/400/V/L	97117	97860	110000	108812	106777	105116	102631
30/700/400/F/L	131233	135226	165484	152164	148950	145026	143988
30/700/400/V/T	94443	95315	103768	101859	101672	101212	99195
30/700/400/F/T	128027	130414	150919	144948	142778	141013	138266
Average	176096	176817	189035	185084	182033	181531	181071

表 6 : 上界値の比較 : C問題 (2/2)

PROB	O/L	LBR	IP	MIP	CPS	CSL
100/400/010/F/L	23949	24690	23949	24161	24459	23949
100/400/010/F/T	62516	67357	65885	67233	72169	64607
100/400/010/V/L	28423	28423	28423	28423	28423	28423
100/400/030/F/L	49018	49872	49694	49682	51956	49018
100/400/030/F/T	131117	141633	141365	144349	144314	136446
100/400/030/V/T	384802	384809	384836	384940	384880	384802
20/230/040/V/L	423848	423848	424385	423848	423848	423848
20/230/040/V/T	371475	371475	371779	371475	371906	371475
20/230/040/F/T	643036	643036	643187	643538	643666	643036
20/230/200/V/L	94213	95295	95097	94218	94213	94213
20/230/200/F/L	137642	143446	141253	138491	137851	137642
20/230/200/V/T	97914	98039	99410	98612	97968	97914
20/230/200/F/T	135421	141128	140273	136309	136302	136031
20/300/040/V/L	429398	429398	429398	429398	429398	429398
20/300/040/F/L	586077	586077	586077	588464	587800	586077
20/300/040/V/T	464509	464509	464509	464509	464569	464509
20/300/040/F/T	604198	604198	604198	604198	604198	604198
20/300/200/V/L	74593	76375	75319	75045	74913	74830
20/300/200/F/L	113538	119143	117543	116259	115876	115751
20/300/200/V/T	74991	76168	76198	74995	74991	74991
20/300/200/F/T	106242	109808	110344	109164	107467	107467
30/520/100/V/L	53958	54026	54113	54008	54012	53958
30/520/100/F/L	93065	96255	94388	93967	94743	94043
30/520/100/V/T	52046	52129	52174	52156	52270	52046
30/520/100/F/T	96051	101102	98883	97490	98867	97377
30/520/400/V/L	112626	114367	114042	112927	112846	112786
30/520/400/F/L	147252	157726	154218	149920	149446	149446
30/520/400/V/T	114640	115240	114922	114664	114641	114641
30/520/400/F/T	150510	168561	154606	152929	152745	152745
30/700/100/V/L	47603	47603	47612	47603	47614	47603
30/700/100/F/L	59481	60272	60700	60184	60192	59995
30/700/100/V/T	45872	45905	46046	45880	46169	45875
30/700/100/F/T	54717	55104	55609	54926	55339	54904
30/700/400/V/L	97117	103787	98718	97982	97960	97960
30/700/400/F/L	131233	169760	152576	135109	135100	135100
30/700/400/V/T	94443	96680	96168	95781	95306	95306
30/700/400/F/T	128027	144926	131629	130856	130146	130146
Average	176096	180059	178366	177397	177529	176826

表7：上界値の誤差の比較：C問題（％）

PROB	CPX	SLT	CPT	CYT	PRL	MPT	LBR	IP	MIP	CPS	CSL
100/400/010/F/L	0.00	4.02	3.36	0.00	0.30	0.30	3.09	0.00	0.89	2.13	0.00
100/400/010/F/T	2.25	13.78	12.04	7.19	4.42	6.03	7.74	5.39	7.55	15.44	3.34
100/400/010/V/L	0.00	0.22	0.00	0.89	0.22	0.46	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
100/400/030/F/L	0.00	19.90	16.27	5.17	4.71	2.93	1.74	1.38	1.35	5.99	0.00
100/400/030/F/T	5.37	13.85	12.17	10.70	7.81	11.14	8.02	7.82	10.09	10.06	4.06
100/400/030/V/T	0.00	0.10	0.04	0.18	0.03	0.12	0.00	0.01	0.04	0.02	0.00
20/230/040/V/L	0.00	0.28	0.16	0.22	0.13	0.67	0.00	0.13	0.00	0.00	0.00
20/230/040/V/T	0.00	0.09	0.09	0.11	0.09	0.00	0.00	0.08	0.00	0.12	0.00
20/230/040/F/T	0.00	0.18	0.11	0.43	0.39	1.53	0.00	0.02	0.08	0.10	0.00
20/230/200/V/L	0.00	30.12	13.31	5.08	6.57	4.64	1.15	0.94	0.01	0.00	0.00
20/230/200/F/L	0.00	37.01	29.93	6.46	7.52	4.00	4.22	2.62	0.62	0.15	0.00
20/230/200/V/T	0.00	20.57	14.96	6.98	6.92	4.20	0.13	1.53	0.71	0.06	0.00
20/230/200/F/T	0.33	35.01	23.45	8.84	8.96	4.26	4.21	3.58	0.66	0.65	0.45
20/300/040/V/L	0.00	0.12	0.12	0.03	0.00	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
20/300/040/F/L	0.00	0.53	0.06	1.24	0.74	1.27	0.00	0.00	0.41	0.29	0.00
20/300/040/V/T	0.00	0.00	0.00	0.05	0.00	0.32	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00
20/300/040/F/T	0.00	0.36	0.10	0.48	0.96	2.48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
20/300/200/V/L	0.29	18.51	10.71	8.35	4.81	4.85	2.39	0.97	0.61	0.43	0.32
20/300/200/F/L	1.72	33.27	19.19	8.64	8.76	7.41	4.94	3.53	2.40	2.06	1.95
20/300/200/V/T	0.00	10.31	11.24	6.17	5.17	3.01	1.57	1.61	0.01	0.00	0.00
20/300/200/F/T	0.81	27.63	15.82	7.76	6.91	4.64	3.36	3.86	2.75	1.15	1.15
30/520/100/V/L	0.00	4.57	2.21	1.85	1.75	3.33	0.13	0.29	0.09	0.10	0.00
30/520/100/F/L	0.96	11.88	8.67	7.01	9.66	7.26	3.43	1.42	0.97	1.80	1.05
30/520/100/V/T	0.00	2.39	1.63	1.80	1.87	2.82	0.16	0.25	0.21	0.43	0.00
30/520/100/F/T	1.09	12.33	8.02	9.86	10.49	6.69	5.26	2.95	1.50	2.93	1.38
30/520/400/V/L	0.13	11.72	9.01	7.13	6.03	2.70	1.55	1.26	0.27	0.20	0.14
30/520/400/F/L	1.25	20.48	14.19	9.40	10.77	6.35	7.11	4.73	1.81	1.49	1.49
30/520/400/V/T	0.00	9.49	5.83	6.06	4.82	5.53	0.52	0.25	0.02	0.00	0.00
30/520/400/F/T	1.43	15.96	13.04	11.58	8.75	6.45	11.99	2.72	1.61	1.48	1.48
30/700/100/V/L	0.00	2.90	1.22	1.67	2.35	2.66	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00
30/700/100/F/L	0.80	9.88	8.61	5.03	6.07	7.19	1.33	2.05	1.18	1.20	0.86
30/700/100/V/T	0.00	2.64	2.64	2.51	2.92	3.46	0.07	0.38	0.02	0.65	0.01
30/700/100/F/T	0.34	7.47	5.06	5.79	3.40	4.01	0.71	1.63	0.38	1.14	0.34
30/700/400/V/L	0.76	13.26	12.04	9.95	8.24	5.68	6.87	1.65	0.89	0.87	0.87
30/700/400/F/L	3.04	26.10	15.95	13.50	10.51	9.72	29.36	16.26	2.95	2.95	2.95
30/700/400/V/T	0.92	9.87	7.85	7.65	7.17	5.03	2.37	1.83	1.42	0.91	0.91
30/700/400/F/T	1.86	17.88	13.22	11.52	10.14	8.00	13.20	2.81	2.21	1.65	1.65
Average	0.63	12.02	8.44	5.33	4.87	4.09	3.42	2.00	1.18	1.53	0.66

表 8 : 計算時間の比較 : C問題 (1/2) (秒)

PROB	CPLX	SLT	CPT	CYT	PRL
100/400/010/F/L	155.2	33.0	469.3	306.8	82.9
100/400/010/F/T	72000.0	81.2	617.7	626.5	209.9
100/400/010/V/L	1.1	32.7	596.6	336.3	89.2
100/400/030/F/L	6088.7	100.2	1438.8	1300.6	315.0
100/400/030/F/T	72000.0	215.7	922.1	1870.0	480.9
100/400/030/V/T	347.7	277.5	800.3	1975.3	492.8
20/230/040/V/L	0.9	71.3	216.3	370.3	148.8
20/230/040/V/T	1.2	90.3	218.4	435.6	156.9
20/230/040/F/T	9.5	121.8	235.2	423.3	172.2
20/230/200/V/L	14014.7	504.5	4471.1	2663.2	2494.9
20/230/200/F/L	42455.3	491.6	4182.9	2718.3	2878.3
20/230/200/V/T	4644.5	548.4	3587.8	2565.7	2210.9
20/230/200/F/T	72000.0	889.7	1510.6	3120.1	3385.8
20/300/040/V/L	0.4	71.1	230.5	611.5	224.9
20/300/040/F/L	4.1	113.4	301.1	581.9	228.3
20/300/040/V/T	2.1	145.3	299.2	589.6	247.9
20/300/040/F/T	1.8	123.4	283.0	560.4	214.4
20/300/200/V/L	72000.0	982.2	6281.3	4086.8	3566.0
20/300/200/F/L	72000.0	1316.8	5961.8	4367.9	4012.6
20/300/200/V/T	2358.8	938.3	4736.6	3807.9	3924.2
20/300/200/F/T	72000.0	1065.9	6222.3	4657.5	3857.1
30/520/100/V/L	950.0	995.6	2629.5	3356.0	1194.1
30/520/100/F/L	72000.0	939.2	3069.8	4032.4	1460.0
30/520/100/V/T	13697.7	1218.5	3225.4	3481.1	1513.7
30/520/100/F/T	72000.0	670.3	5246.9	3927.4	1522.7
30/520/400/V/L	72000.0	5789.3	11337.3	36530.8	27477.4
30/520/400/F/L	72000.0	6406.6	29132.1	42929.6	36669.3
30/520/400/V/T	42736.0	6522.2	19754.5	28214.0	23089.1
30/520/400/F/T	72000.0	8415.2	19167.8	40010.9	52173.2
30/700/100/V/L	45.9	1265.1	3192.0	4396.4	1860.6
30/700/100/F/L	72000.0	1479.6	7029.0	4755.0	1837.5
30/700/100/V/T	45097.3	2426.0	6176.9	4560.1	1894.1
30/700/100/F/T	72000.0	1735.7	5693.1	4866.1	1706.1
30/700/400/V/L	72000.0	12636.2	18445.5	24816.8	22314.8
30/700/400/F/L	72000.0	11367.7	32752.7	69540.1	75664.9
30/700/400/V/T	72000.0	15879.5	19778.7	34974.9	24288.9
30/700/400/F/T	72000.0	11660.4	29948.9	51877.9	44936.4
Average	37746.3	2638.4	7031.4	10817.4	9432.3

表 9 : 計算時間の比較 : C問題 (2/2) (%)

PROB	LBR	IP	MIP	CPS	CSL5	CSL15
100/400/010/F/L	600.0	9.0	109.0	33.4	48.0	210.2
100/400/010/F/T	600.0	813.0	918.0	3.6	964.4	4911.9
100/400/010/V/L	547.0	35.0	49.0	0.5	2.5	1.4
100/400/030/F/L	600.0	886.0	2068.0	40.2	1552.1	3278.7
100/400/030/F/T	600.0	888.0	145.0	22.3	1200.7	6318.7
100/400/030/V/T	600.0	330.0	85.0	0.7	81.4	795.8
20/230/040/V/L	328.0	4.0	116.0	0.3	1.0	0.9
20/230/040/V/T	440.0	41.0	37.0	0.4	3.7	3.0
20/230/040/F/T	600.0	45.0	63.0	0.6	8.4	16.4
20/230/200/V/L	600.0	822.0	8328.0	187.9	489.9	1088.5
20/230/200/F/L	600.0	691.0	15006.0	246.7	551.8	1147.0
20/230/200/V/T	600.0	821.0	3965.0	90.6	391.5	1860.9
20/230/200/F/T	600.0	156.0	835.0	117.4	414.5	1017.6
20/300/040/V/L	146.0	19.0	83.0	0.3	0.6	0.6
20/300/040/F/L	600.0	29.0	46.0	0.8	6.3	9.5
20/300/040/V/T	600.0	24.0	161.0	0.4	4.5	4.3
20/300/040/F/T	600.0	68.0	35.0	0.5	2.2	2.1
20/300/200/V/L	600.0	802.0	4476.0	77.5	371.6	977.5
20/300/200/F/L	600.0	686.0	9109.0	272.7	570.1	1173.6
20/300/200/V/T	600.0	388.0	1913.0	30.3	331.2	930.3
20/300/200/F/T	600.0	396.0	542.0	147.7	427.3	1047.6
30/520/100/V/L	600.0	218.0	2415.0	3.1	183.1	741.1
30/520/100/F/L	600.0	226.0	2925.0	163.8	740.7	2089.4
30/520/100/V/T	600.0	455.0	2521.0	4.0	466.4	1579.5
30/520/100/F/T	600.0	815.0	4161.0	42.5	1904.7	4569.2
30/520/400/V/L	600.0	394.0	22797.0	138.1	435.1	1038.7
30/520/400/F/L	600.0	750.0	5769.0	317.1	615.2	1218.2
30/520/400/V/T	600.0	621.0	38793.0	24.6	325.5	924.9
30/520/400/F/T	600.0	466.0	8556.0	119.2	412.2	1019.4
30/700/100/V/L	600.0	32.0	3938.0	3.7	56.7	81.1
30/700/100/F/L	600.0	741.0	5650.0	27.6	802.0	2741.1
30/700/100/V/T	600.0	371.0	4263.0	5.3	1829.6	3626.2
30/700/100/F/T	600.0	387.0	3018.0	10.8	1543.6	2731.4
30/700/400/V/L	600.0	222.0	35241.0	91.4	392.3	991.6
30/700/400/F/L	600.0	860.0	21429.0	210.0	510.7	1110.6
30/700/400/V/T	600.0	365.0	15372.0	120.9	417.7	1021.4
30/700/400/F/T	600.0	225.0	32531.0	266.6	571.8	1167.3
Average	574.6	408.1	6958.6	76.3	503.5	1390.5

表10：上界値の比較：R問題（1/5）

PROB	O/L	CPX	SLT	CPT	CYT	CPS	CSL
r01.1	74079	74079	74079	74079	74079	74079	74079
r01.2	92403	92403	92403	92403	92403	92403	92403
r01.3	115304	115304	115304	115304	115304	115304	115304
r01.4	84908	84908	84908	84908	84908	84931	84908
r01.5	113036	113036	114565	114565	113036	114565	113036
r01.6	147599	147599	151078	151407	147599	150650	147599
r02.1	232239	232239	232239	232239	232239	232239	232239
r02.2	322453	322453	326333	325493	328005	323861	322453
r02.3	419503	419503	424512	422808	426866	419503	419503
r02.4	316437	316437	316437	316437	316437	316437	316437
r02.5	431250	431250	431889	431250	433442	432224	431250
r02.6	559578	559578	564349	559578	563570	559578	559578
r03.1	484830	484830	484830	484830	484830	484830	484830
r03.2	703362	703362	710840	706787	712008	703362	703362
r03.3	944990	944990	965330	965330	981656	944990	944990
r03.4	704247	704247	704247	704247	706223	704247	704247
r03.5	932897	932897	932897	932897	953877	932897	932897
r03.6	1188638	1188638	1188796	1188796	1214120	1190999	1188638
r04.1	31730	31730	31730	31730	31730	31730	31730
r04.2	48920	48920	50887	50590	48920	48920	48920
r04.3	63767	63767	67128	67128	63767	63767	63767
r04.4	33740	33740	33740	33740	33740	33760	33740
r04.5	53790	53790	53911	53884	53790	54296	53790
r04.6	74030	74030	75109	75109	74030	75109	74030
r04.7	68292	68292	68310	68296	68293	68292	68292
r04.8	113004	113004	113283	113283	113226	113226	113004
r04.9	163208	163208	171481	166812	164430	165914	163208
r05.1	123003	123003	123061	123061	123003	123003	123003
r05.2	170060	170060	173785	171229	170467	170060	170060
r05.3	221486	221486	231238	226470	221486	222553	221486
r05.4	131608	131608	131772	131772	131608	131797	131608
r05.5	204157	204157	213748	205098	205764	204593	204157
r05.6	286524	286524	314326	304268	292244	288305	286524
r05.7	278372	278372	279251	278372	278372	278372	278372
r05.8	445810	445810	456144	445913	449477	445913	445810
r05.9	625879	625879	633282	631283	629040	626291	625879

表11：上界値の比較：R問題 (2/5)

PROB	O/L	CPX	SLT	CPT	CYT	CPS	CSL
r06.1	245936	245936	248394	245936	248615	245936	245936
r06.2	401685	401685	426820	414263	412283	401685	401685
r06.3	559477	559477	676693	622165	578752	559477	559477
r06.4	286682	286682	289572	287621	288460	286682	286682
r06.5	498266	498266	534210	534444	515967	498793	498266
r06.6	734414	734414	846009	782804	771683	738896	734414
r06.7	682921	682921	682921	682921	683614	683039	682921
r06.8	1030479	1030479	1042968	1030480	1051780	1030479	1030479
r06.9	423316	423316	492588	480015	438860	423316	423316
r07.1	32807	32807	32807	32807	32807	32807	32807
r07.2	47252	47252	47252	47252	47252	47252	47252
r07.3	62962	62962	62962	62962	62962	62962	62962
r07.4	37432	37432	37432	37432	37432	37432	37432
r07.5	56475	56475	56916	56591	56591	56915	56475
r07.6	77249	77249	79473	78048	78875	79131	77249
r07.7	59947	59947	61896	60265	59947	60083	59947
r07.8	99194	99194	104454	101108	100155	100663	99194
r07.9	141692	141692	150413	150223	142319	146560	141692
r08.1	102531	102531	102694	102605	102556	102645	102531
r08.2	143894	143894	148298	147198	143894	143894	143894
r08.3	182793	182793	192206	192206	182793	182793	182793
r08.4	109325	109325	110759	109399	109325	109325	109325
r08.5	157047	157047	161148	160364	158168	157720	157047
r08.6	207540	207540	218926	215183	208135	208325	207540
r08.7	154160	154160	156854	156442	155384	155836	154160
r08.8	274867	274867	296412	287387	283133	280730	274867
r08.9	415793	415793	452904	438081	429896	426900	415793
r09.1	171512	171512	172484	172436	172343	171923	171512
r09.2	296712	296712	313486	311657	307038	296712	296712
r09.3	424266	424266	546647	446059	435590	424266	424266
r09.4	192736	192736	195129	193564	193242	192833	192736
r09.5	357318	357318	400172	376717	371998	357318	357318
r09.6	522187	522187	644762	600947	555945	524640	522187
r09.7	345057	345057	349096	345565	348297	345646	345057
r09.8	646579	646579	662147	652697	669802	651186	646579
r09.9	951136	951136	1001559	977503	987938	955699	951136

表12：上界値の比較：R問題（3/5）

PROB	O/L	CPX	SLT	CPT	CYT	CPS	CSL
r10.1	200087	200087	201350	201350	200613	200087	200087
r10.2	346814	346814	362848	356255	350573	348998	346814
r10.3	488015	488015	568114	556586	507118	495966	488015
r10.4	229196	229196	231546	231669	232473	229549	229196
r10.5	411664	411664	439802	428702	432913	414848	411664
r10.6	609104	609104	659189	632706	640621	612598	609104
r10.7	486895	486895	489385	492159	488737	487530	486895
r10.8	951056	951056	993363	966670	980010	955760	951056
r10.9	1421740	1421740	1454329	1435900	1487270	1426215	1421746
r11.1	714431	714431	726155	725324	725416	714431	714431
r11.2	1263713	1263713	1408514	1362380	1306090	1264665	1263713
r11.3	1843611	1843611	2392241	2181770	1914040	1854936	1843611
r11.4	870451	870451	888165	875021	876894	871275	870451
r11.5	1623640	1623640	1846121	1764460	1694860	1625191	1623640
r11.6	2414060	2414060	2732989	2589570	2607690	2419709	2414060
r11.7	2294912	2294912	2308697	2294980	2295790	2296068	2294912
r11.8	3507100	3507100	3585266	3510450	3568430	3508387	3507100
r11.9	4579353	4579353	4901168	4601830	4621900	4579353	4579353
r12.1	1639443	1639443	1728210	1693860	1713670	1639565	1639443
r12.2	3396050	3396050	4037454	3837460	3746250	3420408	3396050
r12.3	5228711	5228711	6415405	6035740	6070200	5305810	5228711
r12.4	2303557	2303557	2339682	2338020	2326230	2303557	2303557
r12.5	4669799	4669799	4950073	4756140	4967940	4669799	4669799
r12.6	7100019	7100019	7781907	7311290	7638050	7101247	7100019
r12.7	7635270	7635270	7666421	7636930	7637250	7635270	7635270
r12.8	10067742	10067742	10175690	10079200	10121700	10067742	10067742
r12.9	11967768	11967768	12958760	11980100	12079300	11967768	11967768
r13.1	142947	142947	143588	143388	144138	143036	142947
r13.2	263800	263800	284943	276760	270316	265179	263800
r13.3	365836	365836	439085	416917	374999	370229	365836
r13.4	150977	150977	152873	151998	151513	151293	150977
r13.5	282682	282682	308081	302360	291510	284213	282682
r13.6	406790	406790	462407	439292	420028	414859	406790
r13.7	208088	208088	214345	213287	212451	210081	208088
r13.8	444826	444826	491210	480773	484112	456221	444826
r13.9	697967	697967	772063	753007	758715	723867	697967

表13：上界値の比較：R問題（4/5）

PROB	O/L	CPX	SLT	CPT	CYT	CPS	CSL
r14.1	403414	403414	420837	411327	415119	403420	403414
r14.2	749503	749503	961760	873856	803356	752530	749503
r14.3	1063098	1063098	1386426	1292350	1155840	1067891	1063098
r14.4	437607	437607	452971	443289	453204	437607	437607
r14.5	849163	849163	1003389	911975	912456	852072	849163
r14.6	1214609	1214609	1630263	1467430	1333440	1216473	1214609
r14.7	668216	668216	728766	702321	702226	668216	668216
r14.8	1613429	1613429	1873897	1760950	1748930	1644703	1613813
r14.9	2602690	2602690	3006180	2873660	2882710	2651072	2612502
r15.1	1000787	1000787	1087543	1041800	1049360	1000787	1000787
r15.2	1957284	1966206	2912747	2344340	2158720	1974644	1966206
r15.3	2819293	2879442	4729421	4249580	3135760	2887346	2876628
r15.4	1148604	1148604	1253329	1196910	1215130	1148933	1148604
r15.5	2445133	2476246	3348931	3134060	2756680	2481048	2476246
r15.6	3762827	3829646	5505598	5287330	4384640	3858901	3854556
r15.7	2297919	2297919	2454883	2323700	2355730	2300475	2297919
r15.8	5573413	5573413	5839188	5633870	5926330	5583345	5573413
r15.9	8696932	8696932	9547358	8760190	9180920	8696932	8696932
r16.1	136161	136161	139134	138606	136538	136161	136161
r16.2	239500	239500	261086	256813	247682	240221	239500
r16.3	325671	325671	372377	369862	338807	325839	325671
r16.4	138532	138532	139301	138946	139973	138532	138532
r16.5	241801	241801	257779	257604	246014	241801	241801
r16.6	337762	337762	371043	370432	355610	338663	337762
r16.7	169233	169233	173354	173164	172268	173721	169233
r16.8	348167	348167	381866	370873	365214	358740	348186
r16.9	522954	530245	570012	586912	569874	538895	533556
r17.1	354138	354138	383719	368966	370090	354223	354138
r17.2	645488	645488	816660	731107	688554	651526	645488
r17.3	910518	910518	1323708	1143550	971151	921465	910518
r17.4	370590	370590	395645	383225	380850	370622	370590
r17.5	706747	706747	865932	831600	753188	711830	706747
r17.6	1007748	1019646	1370038	1273240	1108180	1030494	1020764
r17.7	501635	501635	534490	522318	524038	505029	501635
r17.8	1094994	1106201	1332873	1292310	1195140	1109221	1106829
r17.9	1749736	1777763	2246433	2274520	1945080	1805762	1789351

表14：上界値の比較：R問題（5/5）

PROB	O/L	CPX	SLT	CPT	CYT	CPS	CSL
r18.1	828117	828117	923006	922368	872888	830776	828117
r18.2	1533675	1533675	2247779	1962020	1716680	1541976	1533675
r18.3	2145852	2179634	3542160	3001340	2377560	2196215	2185109
r18.4	919233	919325	1017002	993825	975396	923986	919398
r18.5	1790197	1825166	2225384	2102750	2037950	1837611	1829880
r18.6	2624877	2723237	4054910	3396310	2966370	2732203	2726540
r18.7	1467754	1476790	1633508	1608720	1622520	1482116	1477875
r18.8	3870420	3887238	4454958	4193520	4576750	3915328	3915328
r18.9	6361906	6361906	7125415	6759150	7504310	6409710	6402358
Average	1137348	1140083	1293799	1227856	1206711	1144368	1140947

表15：上界値の誤差の比較：R問題（1/5）（％）

PROB	CPX	SLT	CPT	CYT	CPS	CSL
r01.1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
r01.2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
r01.3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
r01.4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00
r01.5	0.00	1.35	1.35	0.00	1.35	0.00
r01.6	0.00	2.36	2.58	0.00	2.07	0.00
r02.1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
r02.2	0.00	1.20	0.94	1.72	0.44	0.00
r02.3	0.00	1.19	0.79	1.76	0.00	0.00
r02.4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
r02.5	0.00	0.15	0.00	0.51	0.23	0.00
r02.6	0.00	0.85	0.00	0.71	0.00	0.00
r03.1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
r03.2	0.00	1.06	0.49	1.23	0.00	0.00
r03.3	0.00	2.15	2.15	3.88	0.00	0.00
r03.4	0.00	0.00	0.00	0.28	0.00	0.00
r03.5	0.00	0.00	0.00	2.25	0.00	0.00
r03.6	0.00	0.01	0.01	2.14	0.20	0.00
r04.1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
r04.2	0.00	4.02	3.41	0.00	0.00	0.00
r04.3	0.00	5.27	5.27	0.00	0.00	0.00
r04.4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06	0.00
r04.5	0.00	0.22	0.17	0.00	0.94	0.00
r04.6	0.00	1.46	1.46	0.00	1.46	0.00
r04.7	0.00	0.03	0.01	0.00	0.00	0.00
r04.8	0.00	0.25	0.25	0.20	0.20	0.00
r04.9	0.00	5.07	2.21	0.75	1.66	0.00
r05.1	0.00	0.05	0.05	0.00	0.00	0.00
r05.2	0.00	2.19	0.69	0.24	0.00	0.00
r05.3	0.00	4.40	2.25	0.00	0.48	0.00
r05.4	0.00	0.12	0.12	0.00	0.14	0.00
r05.5	0.00	4.70	0.46	0.79	0.21	0.00
r05.6	0.00	9.70	6.19	2.00	0.62	0.00
r05.7	0.00	0.32	0.00	0.00	0.00	0.00
r05.8	0.00	2.32	0.02	0.82	0.02	0.00
r05.9	0.00	1.18	0.86	0.51	0.07	0.00

表16：上界値の誤差の比較：R問題 (2/5) (%)

PROB	CPX	SLT	CPT	CYT	CPS	CSL
r06.1	0.00	1.00	0.00	1.09	0.00	0.00
r06.2	0.00	6.26	3.13	2.64	0.00	0.00
r06.3	0.00	20.95	11.20	3.45	0.00	0.00
r06.4	0.00	1.01	0.33	0.62	0.00	0.00
r06.5	0.00	7.21	7.26	3.55	0.11	0.00
r06.6	0.00	15.20	6.59	5.07	0.61	0.00
r06.7	0.00	0.00	0.00	0.10	0.02	0.00
r06.8	0.00	1.21	0.00	2.07	0.00	0.00
r06.9	0.00	16.36	13.39	3.67	0.00	0.00
r07.1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
r07.2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
r07.3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
r07.4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
r07.5	0.00	0.78	0.21	0.21	0.78	0.00
r07.6	0.00	2.88	1.03	2.10	2.44	0.00
r07.7	0.00	3.25	0.53	0.00	0.23	0.00
r07.8	0.00	5.30	1.93	0.97	1.48	0.00
r07.9	0.00	6.15	6.02	0.44	3.44	0.00
r08.1	0.00	0.16	0.07	0.02	0.11	0.00
r08.2	0.00	3.06	2.30	0.00	0.00	0.00
r08.3	0.00	5.15	5.15	0.00	0.00	0.00
r08.4	0.00	1.31	0.07	0.00	0.00	0.00
r08.5	0.00	2.61	2.11	0.71	0.43	0.00
r08.6	0.00	5.49	3.68	0.29	0.38	0.00
r08.7	0.00	1.75	1.48	0.79	1.09	0.00
r08.8	0.00	7.84	4.56	3.01	2.13	0.00
r08.9	0.00	8.93	5.36	3.39	2.67	0.00
r09.1	0.00	0.57	0.54	0.48	0.24	0.00
r09.2	0.00	5.65	5.04	3.48	0.00	0.00
r09.3	0.00	28.85	5.14	2.67	0.00	0.00
r09.4	0.00	1.24	0.43	0.26	0.05	0.00
r09.5	0.00	11.99	5.43	4.11	0.00	0.00
r09.6	0.00	23.47	15.08	6.46	0.47	0.00
r09.7	0.00	1.17	0.15	0.94	0.17	0.00
r09.8	0.00	2.41	0.95	3.59	0.71	0.00
r09.9	0.00	5.30	2.77	3.87	0.48	0.00

表17：上界値の誤差の比較：R問題（3/5）（％）

PROB	CPX	SLT	CPT	CYT	CPS	CSL
r10.1	0.00	0.63	0.63	0.26	0.00	0.00
r10.2	0.00	4.62	2.72	1.08	0.63	0.00
r10.3	0.00	16.41	14.05	3.91	1.63	0.00
r10.4	0.00	1.03	1.08	1.43	0.15	0.00
r10.5	0.00	6.84	4.14	5.16	0.77	0.00
r10.6	0.00	8.22	3.87	5.17	0.57	0.00
r10.7	0.00	0.51	1.08	0.38	0.13	0.00
r10.8	0.00	4.45	1.64	3.04	0.49	0.00
r10.9	0.00	2.29	1.00	4.61	0.31	0.00
r11.1	0.00	1.64	1.52	1.54	0.00	0.00
r11.2	0.00	11.46	7.81	3.35	0.08	0.00
r11.3	0.00	29.76	18.34	3.82	0.61	0.00
r11.4	0.00	2.04	0.53	0.74	0.09	0.00
r11.5	0.00	13.70	8.67	4.39	0.10	0.00
r11.6	0.00	13.21	7.27	8.02	0.23	0.00
r11.7	0.00	0.60	0.00	0.04	0.05	0.00
r11.8	0.00	2.23	0.10	1.75	0.04	0.00
r11.9	0.00	7.03	0.49	0.93	0.00	0.00
r12.1	0.00	5.41	3.32	4.53	0.01	0.00
r12.2	0.00	18.89	13.00	10.31	0.72	0.00
r12.3	0.00	22.70	15.43	16.09	1.47	0.00
r12.4	0.00	1.57	1.50	0.98	0.00	0.00
r12.5	0.00	6.00	1.85	6.38	0.00	0.00
r12.6	0.00	9.60	2.98	7.58	0.02	0.00
r12.7	0.00	0.41	0.02	0.03	0.00	0.00
r12.8	0.00	1.07	0.11	0.54	0.00	0.00
r12.9	0.00	8.28	0.10	0.93	0.00	0.00
r13.1	0.00	0.45	0.31	0.83	0.06	0.00
r13.2	0.00	8.01	4.91	2.47	0.52	0.00
r13.3	0.00	20.02	13.96	2.50	1.20	0.00
r13.4	0.00	1.26	0.68	0.36	0.21	0.00
r13.5	0.00	8.99	6.96	3.12	0.54	0.00
r13.6	0.00	13.67	7.99	3.25	1.98	0.00
r13.7	0.00	3.01	2.50	2.10	0.96	0.00
r13.8	0.00	10.43	8.08	8.83	2.56	0.00
r13.9	0.00	10.62	7.89	8.70	3.71	0.00

表18：上界値の誤差の比較：R問題 (4/5) (%)

PROB	CPX	SLT	CPT	CYT	CPS	CSL
r14.1	0.00	4.32	1.96	2.90	0.00	0.00
r14.2	0.00	28.32	16.59	7.19	0.40	0.00
r14.3	0.00	30.41	21.56	8.72	0.45	0.00
r14.4	0.00	3.51	1.30	3.56	0.00	0.00
r14.5	0.00	18.16	7.40	7.45	0.34	0.00
r14.6	0.00	34.22	20.82	9.78	0.15	0.00
r14.7	0.00	9.06	5.10	5.09	0.00	0.00
r14.8	0.00	16.14	9.14	8.40	1.94	0.02
r14.9	0.00	15.50	10.41	10.76	1.86	0.38
r15.1	0.00	8.67	4.10	4.85	0.00	0.00
r15.2	0.46	48.82	19.78	10.29	0.89	0.46
r15.3	2.13	67.75	50.73	11.23	2.41	2.03
r15.4	0.00	9.12	4.21	5.79	0.03	0.00
r15.5	1.27	36.96	28.18	12.74	1.47	1.27
r15.6	1.78	46.32	40.51	16.53	2.55	2.44
r15.7	0.00	6.83	1.12	2.52	0.11	0.00
r15.8	0.00	4.77	1.08	6.33	0.18	0.00
r15.9	0.00	9.78	0.73	5.57	0.00	0.00
r16.1	0.00	2.18	1.80	0.28	0.00	0.00
r16.2	0.00	9.01	7.23	3.42	0.30	0.00
r16.3	0.00	14.34	13.57	4.03	0.05	0.00
r16.4	0.00	0.56	0.30	1.04	0.00	0.00
r16.5	0.00	6.61	6.54	1.74	0.00	0.00
r16.6	0.00	9.85	9.67	5.28	0.27	0.00
r16.7	0.00	2.44	2.32	1.79	2.65	0.00
r16.8	0.00	9.68	6.52	4.90	3.04	0.01
r16.9	1.39	9.00	12.23	8.97	3.05	2.03
r17.1	0.00	8.35	4.19	4.50	0.02	0.00
r17.2	0.00	26.52	13.26	6.67	0.94	0.00
r17.3	0.00	45.38	25.59	6.66	1.20	0.00
r17.4	0.00	6.76	3.41	2.77	0.01	0.00
r17.5	0.00	22.52	17.67	6.57	0.72	0.00
r17.6	1.18	35.95	26.35	9.97	2.26	1.29
r17.7	0.00	6.55	4.12	4.47	0.68	0.00
r17.8	1.02	21.72	18.02	9.15	1.30	1.08
r17.9	1.60	28.39	29.99	11.16	3.20	2.26

表19：上界値の誤差の比較：R問題 (5/5) (%)

PROB	CPX	SLT	CPT	CYT	CPS	CSL
r18.1	0.00	11.46	11.38	5.41	0.32	0.00
r18.2	0.00	46.56	27.93	11.93	0.54	0.00
r18.3	1.57	65.07	39.87	10.80	2.35	1.83
r18.4	0.01	10.64	8.11	6.11	0.52	0.02
r18.5	1.95	24.31	17.46	13.84	2.65	2.22
r18.6	3.75	54.48	29.39	13.01	4.09	3.87
r18.7	0.62	11.29	9.60	10.54	0.98	0.69
r18.8	0.43	15.10	8.35	18.25	1.16	1.16
r18.9	0.00	12.00	6.24	17.96	0.75	0.64
Average	0.13	9.47	5.99	3.59	0.61	0.15

表20：計算時間の比較：R問題（1/5）(秒)

PROB	CPX	SLT	CPT	CYT	CPS	CSL5	CSL15
r01.1	0.0	5.1	14.13	8.7	0.1	0.1	0.1
r01.2	0.1	5.2	15.73	9.0	0.0	0.0	0.0
r01.3	0.0	4.6	7.06	8.9	0.1	0.1	0.1
r01.4	0.0	8.8	10.08	9.6	0.1	0.3	0.3
r01.5	0.1	8.2	10.11	11.8	0.1	0.3	0.3
r01.6	0.1	8.9	10.52	11.5	0.4	0.4	0.3
r02.1	0.0	18.5	19.64	19.3	0.1	0.2	0.1
r02.2	0.1	16.4	18.22	26.0	0.2	0.5	0.4
r02.3	0.1	11.5	18.64	26.1	0.2	0.4	0.4
r02.4	0.0	29.2	35.27	27.6	0.1	0.1	0.1
r02.5	0.1	29.2	32.04	34.9	0.2	0.3	0.3
r02.6	0.1	26.9	31.07	29.9	0.1	0.2	0.2
r03.1	0.0	44.7	52.69	47.7	0.2	0.3	0.3
r03.2	0.2	42.1	52.48	55.2	0.4	0.6	0.5
r03.3	0.2	26.8	35.11	59.3	0.5	0.6	0.6
r03.4	0.0	44.3	61.93	59.6	0.1	0.1	0.1
r03.5	0.1	48.7	60.25	59.6	0.2	0.4	0.3
r03.6	0.1	47.7	38.16	73.5	0.2	0.4	0.3
r04.1	0.0	4.1	10.50	11.5	0.0	0.0	0.0
r04.2	0.0	5.4	11.93	13.4	0.0	0.0	0.0
r04.3	0.0	5.2	7.17	12.3	0.0	0.0	0.0
r04.4	0.1	8.0	11.12	13.9	0.1	0.5	0.3
r04.5	0.1	6.2	7.23	14.5	0.1	0.3	0.3
r04.6	0.1	6.1	7.83	14.0	0.2	0.4	0.3
r04.7	0.1	28.5	30.05	18.9	0.2	0.4	0.3
r04.8	0.2	20.1	21.09	18.3	0.2	0.6	0.7
r04.9	0.3	14.4	17.43	18.3	0.4	1.2	0.9
r05.1	0.0	11.9	19.85	30.4	0.1	0.2	0.2
r05.2	0.1	12.8	18.79	30.0	0.1	0.2	0.2
r05.3	0.3	13.5	17.22	29.4	0.5	1.3	0.9
r05.4	0.2	17.4	22.92	33.5	0.1	0.7	0.4
r05.5	0.5	23.2	38.02	35.1	0.3	1.7	1.9
r05.6	1.4	25.9	36.11	36.5	0.5	2.5	3.6
r05.7	0.1	61.3	91.50	63.3	0.2	0.4	0.4
r05.8	0.1	53.8	69.21	66.4	0.2	1.2	0.7
r05.9	0.1	62.5	82.07	69.1	0.3	0.6	0.7

表21：計算時間の比較：R問題 (2/5) (秒)

PROB	CPX	SLT	CPT	CYT	CPS	CSL5	CSL15
r06.1	0.4	47.1	66.75	56.4	0.2	0.5	0.4
r06.2	1.2	47.1	55.95	66.3	0.5	1.8	1.8
r06.3	3.3	35.6	65.86	66.2	0.8	2.4	3.0
r06.4	0.7	78.6	90.49	69.6	0.5	1.7	1.4
r06.5	12.4	47.1	81.48	80.8	1.4	13.1	24.1
r06.6	25.0	44.0	116.19	79.7	1.8	12.8	44.1
r06.7	0.1	119.3	198.54	155.2	0.4	0.6	0.5
r06.8	0.1	131.2	186.72	153.1	0.1	0.2	0.2
r06.9	1.2	24.5	21.23	55.5	1.4	2.5	2.6
r07.1	0.0	6.2	10.81	15.7	0.0	0.0	0.0
r07.2	0.0	7.3	11.11	15.3	0.0	0.0	0.0
r07.3	0.1	9.3	11.38	16.3	0.1	0.1	0.1
r07.4	0.1	11.4	14.22	17.0	0.2	0.4	0.2
r07.5	0.2	11.2	15.05	16.9	0.1	0.7	0.4
r07.6	0.3	12.2	15.83	17.0	0.2	1.0	0.7
r07.7	0.2	23.0	34.56	21.8	0.2	1.0	0.7
r07.8	0.5	19.0	41.49	21.6	0.3	1.1	1.2
r07.9	2.1	20.4	23.85	20.6	0.3	6.9	4.0
r08.1	0.1	24.9	31.19	39.1	0.2	0.7	0.4
r08.2	0.1	18.6	23.71	36.8	0.1	0.2	0.2
r08.3	0.1	19.8	23.51	43.0	0.2	0.3	0.3
r08.4	0.2	29.3	30.05	38.4	0.2	0.3	0.3
r08.5	0.3	20.6	28.80	49.0	0.2	1.1	0.7
r08.6	1.1	23.1	29.33	49.5	0.7	2.3	2.3
r08.7	2.5	68.9	88.06	64.3	0.3	2.3	2.5
r08.8	6.4	39.6	68.30	49.2	0.6	17.7	13.8
r08.9	6.8	55.0	66.99	74.1	2.2	43.1	16.2
r09.1	0.3	37.8	53.56	73.1	0.2	0.7	0.7
r09.2	1.7	32.7	55.53	76.1	0.7	1.6	1.5
r09.3	13.1	30.1	120.46	84.1	1.4	4.2	6.2
r09.4	0.7	77.6	111.56	89.7	0.2	2.1	1.5
r09.5	8.0	61.7	137.99	104.2	2.7	5.7	5.6
r09.6	21.7	70.6	125.43	119.6	2.9	13.9	46.4
r09.7	0.9	138.7	219.82	29.7	0.5	2.5	2.2
r09.8	1.6	112.1	225.59	136.9	0.6	4.7	3.7
r09.9	10.0	103.6	167.73	165.3	2.6	12.2	18.2

表22：計算時間の比較：R問題 (3/5) (秒)

PROB	CPX	SLT	CPT	CYT	CPS	CSL5	CSL15
r10.1	0.3	62.2	74.10	124.2	0.2	0.6	0.5
r10.2	5.3	72.5	82.11	135.1	3.0	6.9	11.3
r10.3	10.4	61.8	80.06	161.9	9.2	15.9	14.7
r10.4	2.9	125.4	106.16	80.3	0.6	5.4	9.2
r10.5	50.7	65.7	90.60	196.4	1.7	25.2	87.2
r10.6	139.9	95.6	132.60	175.4	2.7	49.5	165.5
r10.7	10.0	704.7	466.29	464.7	1.3	18.9	20.9
r10.8	16.3	421.2	390.30	414.6	2.3	41.3	34.8
r10.9	13.3	299.7	314.60	332.9	1.6	23.5	34.9
r11.1	5.5	423.6	361.86	392.6	0.8	6.7	5.9
r11.2	482.9	272.1	491.28	631.1	15.2	104.3	790.8
r11.3	934.7	194.9	357.48	674.6	45.0	351.6	1191.8
r11.4	58.4	661.5	870.69	580.6	1.9	43.6	110.9
r11.5	367.9	545.3	729.56	1069.8	12.5	176.0	509.3
r11.6	605.9	429.9	565.76	1244.4	16.9	387.7	957.1
r11.7	1.3	1996.3	2145.02	1126.3	1.3	3.9	3.9
r11.8	2.0	1241.1	1535.24	1160.2	2.1	6.4	6.0
r11.9	2.0	1262.0	1336.66	786.5	1.9	4.2	4.2
r12.1	80.4	1124.6	1558.20	3012.1	3.5	91.5	243.4
r12.2	5228.8	903.3	1364.68	3274.9	50.0	1538.7	2721.7
r12.3	5964.3	718.1	1184.85	3612.7	66.0	1553.1	2765.1
r12.4	54.8	2824.4	1179.26	4700.4	4.8	56.3	56.5
r12.5	68.9	2013.9	993.66	7932.1	8.9	57.3	75.1
r12.6	42.0	1543.9	886.24	4728.5	6.5	93.4	99.6
r12.7	2.0	3089.5	4278.47	4728.3	2.6	4.0	3.9
r12.8	1.5	2870.4	2369.19	2978.3	1.5	3.4	3.0
r12.9	1.7	3387.7	1595.37	2284.0	2.0	3.6	3.3
r13.1	0.7	153.6	162.13	277.4	0.2	1.8	1.6
r13.2	17.6	174.1	212.86	274.7	4.6	29.8	27.9
r13.3	31.7	174.1	200.45	259.2	10.2	31.6	45.8
r13.4	2.6	215.7	208.00	252.3	0.6	5.7	5.8
r13.5	86.0	416.3	211.17	285.3	3.3	24.5	121.0
r13.6	399.5	165.6	261.39	310.8	14.6	110.4	319.4
r13.7	120.2	416.3	533.29	393.5	2.4	106.7	161.7
r13.8	1269.0	309.7	441.96	483.3	10.8	392.5	1512.2
r13.9	4208.8	314.6	350.39	504.5	9.0	1392.1	2714.8

表23：計算時間の比較：R問題（4/5）(秒)

PROB	CPX	SLT	CPT	CYT	CPS	CSL5	CSL15
r14.1	7.4	553.6	667.82	615.2	1.6	17.6	18.2
r14.2	2340.9	518.0	664.67	822.8	14.9	466.9	1486.3
r14.3	5115.3	392.2	683.97	765.6	113.8	383.2	1868.6
r14.4	26.0	550.1	788.67	665.4	2.0	11.5	18.4
r14.5	5590.9	471.5	852.22	971.3	117.1	477.0	1849.9
r14.6	8819.0	435.1	1871.42	862.7	79.3	585.7	1879.9
r14.7	2613.5	1688.8	2244.83	1814.6	5.2	305.4	907.0
r14.8	70892.1	1688.8	2066.05	3793.7	24.9	2728.8	2727.6
r14.9	3714.4	1455.1	1570.12	3858.4	37.0	936.4	1839.5
r15.1	124.4	1209.7	2407.82	1767.1	4.3	40.5	85.1
r15.2	72000.0	1025.7	3494.02	2521.4	252.6	552.1	2026.6
r15.3	72000.0	842.4	2644.97	2618.4	471.9	774.2	1373.1
r15.4	2772.1	1487.1	2750.94	2794.5	15.7	892.1	1814.0
r15.5	72000.0	1179.6	2991.71	5980.8	134.3	438.5	1034.6
r15.6	72000.0	1461.3	2753.96	5133.2	132.2	428.0	1032.1
r15.7	1845.5	7518.6	4183.67	15947.9	13.4	614.8	1810.5
r15.8	202.1	9170.2	6226.99	13398.5	22.5	337.2	353.9
r15.9	31.9	8497.8	5533.53	12288.1	19.0	45.0	41.0
r16.1	0.2	215.2	240.35	404.9	0.2	0.3	0.3
r16.2	33.2	284.8	333.63	416.9	6.1	14.0	39.8
r16.3	54.7	236.1	431.88	148.5	37.3	50.5	77.1
r16.4	1.0	309.1	326.62	376.8	0.4	1.5	1.5
r16.5	29.4	309.1	342.84	430.9	8.5	13.8	19.0
r16.6	186.4	207.4	324.42	421.6	35.5	85.9	187.3
r16.7	1558.3	392.8	453.63	477.1	1.9	309.0	1295.7
r16.8	42358.5	298.0	677.24	520.9	10.8	1833.9	2712.9
r16.9	72000.0	359.3	424.98	577.9	130.4	972.3	3727.7
r17.1	6.9	810.8	1036.11	909.2	1.4	18.8	22.5
r17.2	1352.1	914.2	1601.95	998.6	45.2	466.8	611.3
r17.3	8569.7	766.4	1268.48	999.4	109.9	1762.1	2166.5
r17.4	78.8	1199.2	1694.87	927.3	3.6	44.4	151.9
r17.5	5000.1	888.5	1865.28	1070.0	95.8	902.4	2754.7
r17.6	72000.0	815.9	2306.54	1168.9	626.9	737.8	2501.1
r17.7	16920.6	2012.4	2118.57	1315.7	14.8	1446.6	2713.9
r17.8	72000.0	1650.5	3479.99	2508.8	125.3	1543.8	1025.8
r17.9	72000.0	1626.1	2032.71	2813.2	151.0	1025.7	1051.3

表24：計算時間の比較：R問題 (5/5) (秒)

PROB	CPX	SLT	CPT	CYT	CPS	CSL5	CSL15
r18.1	2066.6	1968.7	6061.53	2339.0	9.6	730.6	2633.0
r18.2	7669.6	2181.0	4846.24	2889.6	394.0	1769.3	1295.6
r18.3	72000.0	2284.6	6351.27	2918.6	1326.5	2641.1	2238.7
r18.4	72000.0	3465.3	6669.50	2677.5	33.5	2371.0	4540.8
r18.5	72000.0	2435.8	4286.67	4335.1	768.6	1031.9	1670.0
r18.6	72000.0	2190.0	5707.76	4234.0	849.9	2215.5	1752.1
r18.7	72000.0	6599.9	6982.11	13514.9	104.6	706.1	1004.3
r18.8	72000.0	7160.3	6459.70	28883.1	74.5	375.9	974.5
r18.9	40893.7	6221.1	6864.64	32695.2	214.1	517.0	1114.7
Average	8230.7	785.4	989.7	1575.2	45.7	265.2	493.6