関数の増減-展開1

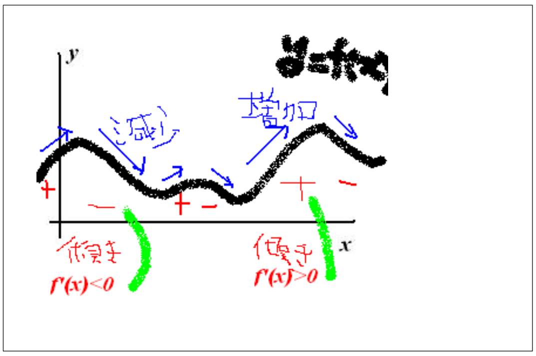
✓極限値から微分係数を導き，導関数を定義した.

✓導関数は，グラフ上の意味として，接線の傾きの関数であることを示した.

✓接線の傾きを利用して，関数のグラフがある区間において右肩上がりか，下がりか（増減）を調べる.

✓その結果を利用して，グラフの概形を描く.

関数の増減-2



関数の増減-3

関数のグラフの区間における右肩上がりか，下がりか（増減）を調べる. ➔**増減表の作成**

その結果からグラフの概形を描く. 具体的には

① どこで関数の値が増加しているのか

② どこで関数の値が減少しているのか

③ どこで増加から減少，または，減少から増加に変化するのか

について，微分して（接線の傾きを求めて）調べる:

関数の増減-4

微分して（接線の傾きを求めて）調べる

（a） 関数の値の変化する様子

（つまり，yの値の変化する様子）

（b） 接線の傾きの符号(プラス＋かマイナス−か)

（つまり，微分係数 y' の符号）

関数の増減-5

xが刻々と変化すると，それに伴い接線の傾き，および，関数の値が変化していく. これを，

➔ xの区間値，微分係数y'，関数値yの値の表にする. このような表を「増減表」と呼ぶ.

そこで，y'の変化する様子と，yの変化する様子を比較すると，次のような関係があることに気づく:

1） y'の符号が「正(+)」であると，yの値は増加し

y'の符号が「負(-)」であると，yの値は減少する

2） **y'の符号が ＋ → − ， − → ＋ と変化するところでは，微分係数つまり接線の傾きが0となっている**

関数の増減-6

特に，y'の符号が「＋ → −」に変化する点を「極大」，

そしてそのyの値を極大値といい，

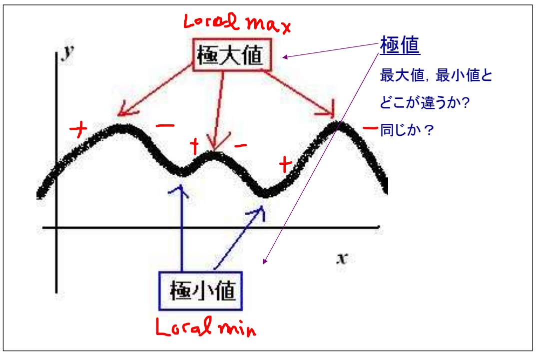
「− → ＋」に変化する点を「極小」，

そしてそのyの値を極小値という.

極大値と極小値をまとめて，「極値」という.

この事を用いて，グラフの概形を描く:

関数の増減-7



kNo.6-1

1.　次の記述の（　　）にあてはまる字句を解答群の中から選んで答えよ.

(a) 関数 $y = f(x)$ において，導関数 $f'(x) > 0$ となる区間で $f(x)$ は単調（ア　）する.

(b) $f'(x) < 0$ となる区間で $f(x)$ は単調（イ　）する.

(c) $f(x)$ が増加から減少に変わる点で，$f(x)$ は（ウ　）値をとる.

(d) $f(x)$ が減少から増加に変わる点で，$f(x)$ は（エ　）値をとる.

(e) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x) = 0$ となる x を求め，上記 (a)〜(d) のような関数の増減を調べ表にしたものを（オ　）表という.

（解答群）極大　極小　最大　最小　増加　減少　増減

	ア	イ	ウ	エ	オ
解答					

ア　増加
イ　減少
ウ　極大
エ　極小
オ　増減

関数の増減-8　手順

手順1)　<u>関数を微分する．そして，$f'(x)$=0 となる x の値を求め，増減表に記入する</u>

手順2)　次に，<u>$f'(x)$=0 となるときの $y= f(x)$ の値を記入する</u>

手順3)　<u>各区間 x に対する $f'(x)$ の符号を求める</u>
実際，その区間での『単調性』を示すべきだが，
ここでは，単調性が確保されているとする.

→→→<u>区間内の任意 の x について $f'(x)$ の符号を調べる:</u>

kNo.6-2

$f(x) = x^3 - 3x \quad \Rightarrow \quad f(-1) = (-1)^3 - 3\cdot(-1) = 2$

微分する⇓ $\quad \Rightarrow \quad f(1) = 1^3 - 3\cdot 1 = -2$

$f'(x) = 3x^2 - 3 \quad \Uparrow$

$\Downarrow \quad \Uparrow$

$(step\,1)\quad f'(x) = 0$ となる x を求める：

$3x^2 - 3 = 0 \qquad 3(x^2 - 1) = 0 \qquad \therefore x = \pm 1$

kNo.6-2　ー　増減表の作成

(***step*2**)

(e) 増減表を完成しなさい.

x	……..	−1	……..	1	……..
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	2	↘	−2	↗

極大値　極小値

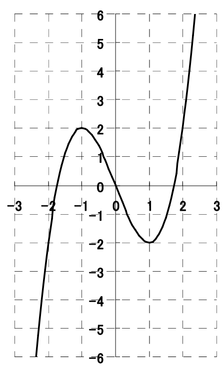
$f(x) = x^3 - 3x \ \Rightarrow \quad f'(x) = 3x^2 - 3$

$f'(-2) = 3(-2)^2 - 3 \quad f'(0) = 3\cdot 0^2 - 3 \quad f'(2) = 3\cdot 2^2 - 3$

$= 9 > 0 \qquad = -3 < 0 \qquad = 9 > 0$

kNo.6-2-グラフ

(f) 関数 $y = f(x)$ のグラフをかきなさい.



($step3$)

x切片，y切片を求める:

x切片：	y切片：
$f(x) = 0$	$x = 0$
$x^3 - 3x = 0$	$f(0) = 0$
$x(x^2 - 3) = 0$	原点(0,0)
$\therefore x = 0, \pm\sqrt{3}$	

($step4$)

←←←　グラフをかく: