kNo.4-2：極限値を求めなさい

(c) $\lim_{h\to0}\dfrac{(x+h)^n-x^n}{h}$ = f(x)とおく　y=f(x)

関数の極限値

$n=1$ のとき $\lim_{h\to0}\dfrac{(x+h)-x}{h}=1$

$n=2$ のとき $\lim_{h\to0}\dfrac{(x+h)^2-x^2}{h}=2x$

$n=3$ のとき $\lim_{h\to0}\dfrac{(x+h)^3-x^3}{h}=3x^2$

一部 単調 連続

$\lim_{x\to a} f(x)=b$ で表記する ： $f(x)=x^n$ とすると

$\lim_{h\to0}\dfrac{(x+h)^n-x^n}{h}=\lim_{h\to0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}=nx^{n-1}$

xの関数

となる．

導関数・微分とは？

$y=f(x)$に対して，Δx

$$f'(x)=\lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Δx

が存在するとき，関数 $f'(x)$ を導関数という．

x　Δx

h を Δx と書くこともある．

d

デルタエックス　微小，どんどん小さくなる

関数 f(x) の導関数を求めることを，微分するという．

関数の極限値とは

一般に関数 $y=f(x)$ の場合はどうか？

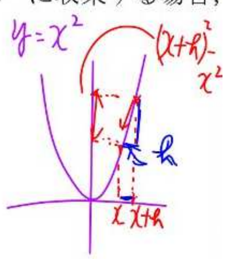
$x\to a$ のとき b に収束する場合，

$$\lim_{x\to a} f(x)=b$$

または，

$x\to a,\quad y\to b$

と表記する



kNo.5-1-1

1. 次の関数の導関数を，公式に基づいて求めなさい．

（公式）$f'(x)=\lim_{h\to0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$

(a) $f(x)=2x^2$, $f'(x)=4x$,

$f'(x)=\lim_{h\to0}\dfrac{2(x+h)^2-2x^2}{h}$

$=\lim_{h\to0}\dfrac{2x^2+4xh+2h^2-2x^2}{h}$

$=\lim_{h\to0}\dfrac{(4x+2h)h}{h}$

$=\lim_{h\to0}(4x+2h)=4x$

(b) $f(x)=3x^3$, $f'(x)=9x^2$

$f(x+h)-f(x)$

$=3(x+h)^3-3x^3$

$=3(x^3+3x^2h+3xh^2+h^3)-3x^3$

$=9x^2h+9xh^2+3h^3$

$=(9x^2+9xh+3h^2)h$

$\lim_{h\to0} f(x)=\lim_{h\to0}\dfrac{(9x^2+9xh+3h^2)h}{h}$

$=\lim_{h\to0}(9x^2+9xh+3h^2)$

$=9x^2$

導関数とは？

$y=x$　$n=1$ のとき $\lim_{h\to0}\dfrac{(x+h)-x}{h}=1$ ←― $f(x)=x$

$y=x^2$　$n=2$ のとき $\lim_{h\to0}\dfrac{(x+h)^2-x^2}{h}=2x$ ←― $f(x)=x^2$

$y=x^3$　$n=3$ のとき $\lim_{h\to0}\dfrac{(x+h)^3-x^3}{h}=3x^2$ ←― $f(x)=x^3$

これから説明(次回)

$\lim_{x\to a} f(x)=b$ で表記する：$\boxed{f(x)=x^n}$ とすると ←原始関数

$\lim_{h\to0}\dfrac{(x+h)^n-x^n}{h}=\lim_{h\to0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}=nx^{n-1}$　極限 lim

$y'=f'(x)=$導関数

どうかんすう

となる．

No.8-1-1

1. 次の関数の導関数を，次の公式を用いて求めなさい．

$f'(x)=\lim_{\Delta x\to0}\dfrac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

(a) $f(x)=2x^2$　f(x)

$(x^2)'=2x$

こたえではないよ！

解き方）f(x)をかんたんにする

↓

Δxで約分

↓

limをとる．

(b) $f(x)=3x^3$

$(x^3)'=3x^2$

kNo.5-1-2

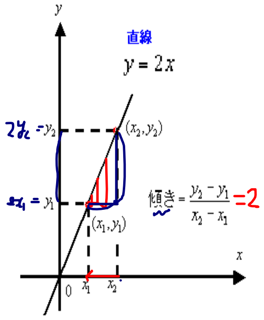
(c) 一般の２次関数 $y=ax^2+bx+c, (a \neq 0)$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{a(x+h)^2+b(x+h)+c-(ax^2+bx+c)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}(2ax+\underbrace{ah}_{\to 0}+b)$$

$$=2ax+b$$

微分をグラフでみると-1



直線 $y=2x$ の傾き：
x_2をx_1に近づけると？

$$\lim_{x_2\to x_1}\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=2$$

kNo.5-2-1

2. 次の関数を（公式を用いて）微分しなさい.

★（公式） $f(x)=x^n$のとき $f'(x)=nx^{n-1}$
★（公式） $(f(x)\pm g(x))'=f'(x)\pm g'(x)$
★（公式） $(cf(x))'=cf'(x)$
~~（公式） $(f(x)g(x))'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$~~

このルールで解くとかんたん!

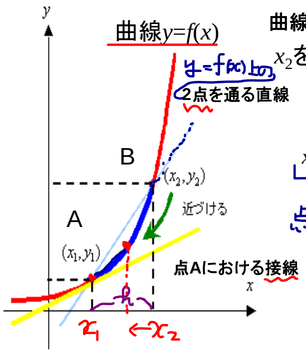
(a) $f(x)=3x^4 \to f'(x)=3(x^4)'$
$=3\cdot 4\cdot x^3=12x^3$

(b) $f(x)=6x^3-8x+5$

$f'(x)=(6x^3)'-(8x)'+(5)'$
$=6\cdot 3x^2-8\cdot x^0+0=18x^2-8$

定数項の微分は"0"になる

微分をグラフでみると-2



曲線 $y=f(x)$ の場合の傾きは？
x_2をx_1に近づけると？

$$\lim_{x_2\to x_1}\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=?$$

⇓

点A（$x=x_1$）における接線の傾き

kNo.5-2-2

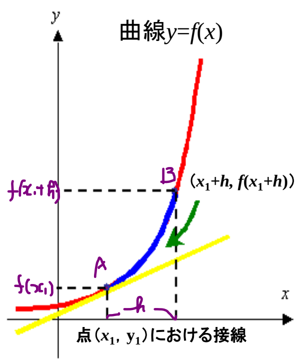
2. 次の関数を（公式を用いて）微分しなさい.

★（公式） $f(x)=x^n$のとき $f'(x)=nx^{n-1}$
★（公式） $(f(x)\pm g(x))'=f'(x)\pm g'(x)$
★（公式） $(cf(x))'=cf'(x)$
（公式） $(f(x)g(x))'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

(c) $f(x)=(2x-3)^2=4x^2-12x+9$

$f'(x)=(4x^2)'-(12x)'+(9)'$
$=8x-12$

微分をグラフでみると-3



曲線 $y=f(x)$ の場合
$x_2-x_1=h$とおくと？

$$\lim_{x_2\to x_1}\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_1+h)-f(x_1)}{h}$$

2点を通る直線➔
点(x_1, y_1)における接線
上式の極限値は
この接線の傾きとなる

微分係数とは？

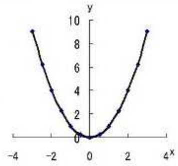
曲線 $y=f(x)$ の場合
2点を通る直線➔
点 (x_1, y_1) における接線
求める極限値は
この接線の傾きとなる
これを点 (x_1, y_1) における
微分係数 $f'(x_1)$
という

$$\lim_{x_2 \to x_1} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h} = f'(x_1)$$

No.8-3-2

3. 2次関数の接線の傾きに関する次の問いに答えなさい。

(a) 2次関数 $y = x^2$ のグラフを描きなさい。



(b) 点 (1, 1) における接線の傾きを求めなさい。

$y = f(x) = x^2$ ==> $y' = f'(x) = 2x$

$f'(1) = 2$

(c) 同様にして，次の点における接線の傾きを求め，表を完成しなさい。

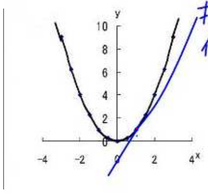
x 座標	-3	-2	-1	0	1	2	3
接線の傾き	-6	-4	-2	0	2	4	6

$f'(-3) = 2 \times (-3) = -6$
$f'(-2) = 2 \times (-2) = -4$
$f'(-1) = 2 \times (-1) = -2$
$f'(0) = 2 \times 0 = 0$
$f'(1) = 2 \times 1 = 2$
$f'(2) = 2 \times 2 = 4$
$f'(3) = 2 \times 3 = 6$

kNo.3-3-1

3. 2次関数の接線の傾きに関する次の問いに答えなさい。

(a) 2次関数 $y = x^2$ のグラフを描きなさい。



(b) 点 (1, 1) における接線の傾きを求めなさい。

$y = f(x) = x^2$ 微分する

$\Downarrow$ $(x^2)'$

$y' = f'(x) = 2x$

$\Downarrow$ $x=1$ を代入して

$f'(1) = 2$

点(1, 1)における接線の傾き

微分(まとめ)

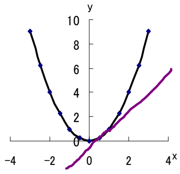
曲線 $y=f(x)$ の場合
実数 x に対して
微分係数 $f'(x)$
が存在するとき，
関数 $f(x)$ は微分可能
であるという。
また，$f'(x)$ を
関数 $f(x)$ の導関数という。

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$$

kNo.5-3-2

3. 2次関数の接線の傾きに関する次の問いに答えなさい。

(a) 2次関数 $y = x^2$ のグラフを描きなさい。



(b) 点 (1, 1) における接線の傾きを求めなさい。

$y = f(x) = x^2$ ==> $\boxed{y' = f'(x) = 2x}$

$f'(1) = 2$

(c) 同様にして，次の点における接線の傾きを求め，表を完成しなさい。

x 座標	-3	-2	-1	0	1	2	3
接線の傾き	-6	-4	-2	0	2	4	6

$2 \times (-3) = -6$
$2 \times (-2) = -4$
$2 \times (-1) = -2$