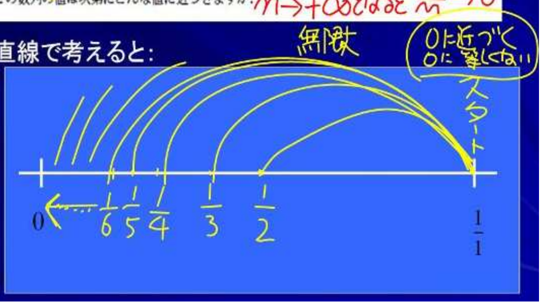
kNo.4-1．:極限値とは

1. $\frac{1}{1},\frac{1}{2},\frac{1}{3},\cdots,\frac{1}{n},\cdots$ と無限に続く数列があります．分母の n(自然数) をどんどん大きくしていくと，この数列の値は次第にどんな値に近づきますか． $n\to+\infty$となると $\frac{1}{n}\to 0$

数直線で考えると:



kNo.4-1:極限値とは

1. $\frac{1}{1},\frac{1}{2},\frac{1}{3},\cdots,\frac{1}{n},\cdots$ と無限に続く数列があります．分母の n(自然数) をどんどん大きくしていくと，この数列の値は次第にどんな値に近づきますか．

式で表現する:　limit リミット　極限

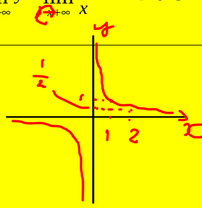
$$\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n}=0$$

どんどん大きくする（無限大）は，+∞とかく

kNo.4-1:極限値　-->　関数で考えると？

$\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n}=0$　ここで，n を x として，関数 $y=\frac{1}{x}$ とおくと，

$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$　となる．この式は，何を意味しているか？

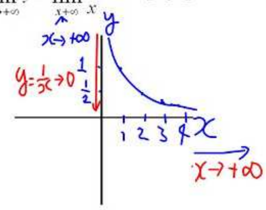


・単調
・連続

kNo.4-1:極限値　-->　関数で考えると？

$\boxed{\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n}=0}$ ここで，n を x として，関数 $y=\frac{1}{x}$ とおくと，のグラフ

$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$　となる．この式は，何を意味しているか？



関数の極限値

（・単調性
・連続性）

No.7:関数の極限値とは

関数の場合はどうか？

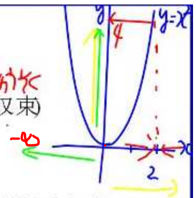
$y=x^2$　で　$x\to2$　のとき：　しゅうそく

$\lim_{x\to2}x^2=4$　（極限値が決まる：収束）

$y=x^2$　で　$x\to+\infty$　のとき：

$\lim_{x\to+\infty}x^2=+\infty$　（発散して極限値が決まらない）

$\lim_{x\to-\infty}x^2=+\infty$　（発散して極限値が決まらない）



kNo.4-1:関数の極限値とは

一般に関数　$y=f(x)$　の場合はどうか？

$x\to a$　のとき　b　に収束する場合，

$$\lim_{x\to a}f(x)=b$$

または，

$x\to a,\quad y\to b$

と表記する

No.7:関数の極限値とは:求め方

一般に関数 $y=f(x)$ の場合はどうか？

$x\to a$ のとき b に収束する場合，

$$\lim_{x\to a} f(x)=b$$

または，

$x\to a,\quad y\to b$

と表記する

求め方

かんたんな形にする.

・因数分解 2(a)

・有理化

・約分 2(b)

それから limを求める.

共通科目（数学II） (秋)(N.Ikawa)--no04 7

kNo.4-2:極限値を求めなさい

(a) $\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x-1}$ 因数分解 $\frac{(x+1)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}}$

$=\lim_{x\to1}(x+1)$

$=2$

共通科目（数学II） (秋)(N.Ikawa)--no04 8

No.7-2:極限値を求めなさい

(a) $\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to1}(x+1)=2$

和と差 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$\frac{x^2-1}{x-1}=\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)}$

$=x+1$

共通科目（数学II） (秋)(N.Ikawa)--no04 9

kNo.4-2:極限値を求めなさい

(b) $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-2x}}{x}$ $\sqrt{\frac{x^2-2x}{x^2}}=\sqrt{\frac{x^2}{x^2}-\frac{2x}{x^2}}$

$=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{1-\frac{2}{x}}$ $\frac{2}{x}\to 0$ (NO.7-1より) $=\sqrt{1-\frac{2}{x}}$

$=\sqrt{1-0}$

$=1$

$y=1-\frac{2}{x}$ $y=\sqrt{x}$

共通科目（数学II） (秋)(N.Ikawa)--no04 10

No.7-2:極限値を求めなさい

(b) $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-2x}}{x}=\lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{2}{x}}=\sqrt{1}=1$ $(x\neq0)$

$\frac{2}{x}\to0$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$ 重要

$\frac{\sqrt{x^2-2x}}{x}=\frac{\sqrt{x^2-2x}}{\sqrt{x^2}}$

$=\sqrt{\frac{x^2-2x}{x^2}}$

$=\sqrt{\frac{x^2}{x^2}-\frac{2x}{x^2}}=\sqrt{1-\frac{2}{x}}$

共通科目（数学II） (秋)(N.Ikawa)--no04 11

kNo.4-2:極限値を求めなさい

(c) $\lim_{h\to0}\frac{(x+h)^n-x^n}{h}$, nは自然数.

$y=f(x)=\frac{(x+h)^n-x^n}{h}$ とおく

(i) $n=1$のとき

$f(x)=\frac{x+h-x}{h}=\frac{h}{h}=1$

$\lim_{h\to0}1=1$

(ii) $n=2$のとき

$f(x)=\frac{(x+h)^2-x^2}{h}=\frac{x^2+2xh+h^2-x^2}{h}=\frac{(2x+h)h}{h}=2x+h$

$\lim_{h\to0}f(x)=\lim_{h\to0}(2x+h)=2x$

共通科目（数学II） (秋)(N.Ikawa)--no04 12

kNo.4-2：極限値を求めなさい

(c) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^n-x^n}{h}$

$y=f(x)$として，$\displaystyle\lim_{h\to 0} f(x)=$

$n=3$のとき

$$f(x)=\frac{(x+h)^3-x^3}{h}=\frac{x^3+3x^2h+3xh^2+h^3-x^3}{h}=\frac{(3x^2+3xh+h^2)h}{h}$$

$$\lim_{h\to 0}(3x^2+3xh+h^2)=3x^2$$

kNo.4-2：極限値を求めなさい

(c) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^n-x^n}{h}$

二項定理：

$(a+b)^n={a^n}+{_nC_1}a^{n-1}b+{_nC_2}a^{n-2}b^2+\cdots+{_nC_r}a^{n-r}b^r+\cdots+{_nC_{n-1}}ab^{n-1}+{_nC_n}b^n$

を使って，

$(x+h)^n-x^n$

$={x^n}+{_nC_1}x^{n-1}h+{_nC_2}x^{n-2}h^2+\cdots+{_nC_r}x^{n-r}h^r+\cdots+{_nC_{n-1}}xh^{n-1}+{_nC_n}h^n-x^n$

$\displaystyle\therefore\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^n-x^n}{h}=\lim_{h\to 0}\left({_nC_1}x^{n-1}+{_nC_2}x^{n-2}h^1+\cdots+{_nC_r}x^{n-r}h^{r-1}+\cdots+{_nC_{n-1}}xh^{n-2}+{_nC_n}h^{n-1}\right)$

$={_nC_1}x^{n-1}$

$=n\,x^{n-1}$

kNo.4-2：極限値を求めなさい

(c) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^n-x^n}{h}$

nのときは?

nx^{n-1}

$n=1$ のとき $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)-x}{h}=1x^0$

$n=2$ のとき $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2-x^2}{h}=2x^1$

$n=3$ のとき $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^3-x^3}{h}=3x^2$

$\displaystyle\lim_{x\to a}f(x)=b$ で表記する ： $f(x)=x^n$ とすると

$\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^n-x^n}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=$◎

を求めたい．

kNo.4-2：極限値を求めなさい

(c) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^n-x^n}{h}=nx^{n-1}$ //

$n=1$ のとき $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)-x}{h}=1$

$n=2$ のとき $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2-x^2}{h}=2x$

$n=3$ のとき $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^3-x^3}{h}=3x^2$

$\displaystyle\lim_{x\to a}f(x)=b$ で表記する ： $f(x)=x^n$ とすると

$\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^n-x^n}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=n\,x^{n-1}$

となる．

二項定理（発展）

二項定理

nを自然数とするとき，$(a+b)^n$ の展開式が二項定理です．

$(a+b)^n=a^n+{_nC_1}a^{n-1}b+{_nC_2}a^{n-2}b^2+\cdots+{_nC_r}a^{n-r}b^r+\cdots+{_nC_{n-1}}ab^{n-1}+{_nC_n}b^n$

（考え方） $(a+b)^n=(a+b)(a+b)\cdots(a+b)$ において，$a^{n-r}b^r$ の項は，各$(a+b)$より aを$(n-r)$回，bをr回選んで積を作ると出てきます．求める係数は，n個の$(a+b)$より，bをr個選ぶ組合せの数，よって，${_nC_r}$となります．

これを二項係数という．二項係数は次の関係式が成り立つ（パスカルの三角形）

${_nC_r}={_{n-1}C_{r-1}}+{_{n-1}C_r}$

春に習ったもののA3プリントにある．

1		
1 1	←	$x+h$
1 2 1	←	$(x+h)^2$
1 3 3 1	←	$(x+h)^3$
1 4 6 4 1	←	$(x+h)^4$
・・・・・・・・・・・・		

これを用いて $(x+h)^n$ と展開