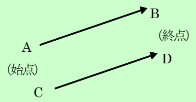
ベクトルとは

- 2つの点AとBをとり，AからBへ矢印を描く．これを
  Aを始点，**Bを終点**とする**有向線分**という．有向線分は，
  “向き，長さ(または大きさ)，位置”をもっているが，
  位置を無視し，“向きと長さ”だけを考えた有向線分を

  ベクトルといい，$\overrightarrow{AB}$ で表す．あるいは，$\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ などと記す．

- **向き(平行)と長さが同じものは，同一ベクトル**
  とみなす．図の $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$
  は同一である．

(平行移動して重なれば，
同じベクトルである)

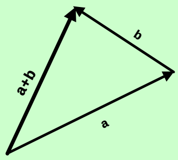


ベクトルの演算(和)

2つのベクトル　$\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}$，　$\mathbf{b} = \overrightarrow{BC}$　に対して，

$\overrightarrow{AC} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$　を　$\mathbf{a}$　と　$\mathbf{b}$　の和という．

もし，**a**と**b**が離れていたら，
bを平行移動して，**a**の始点と
bの終点を一致させて，
和を求める．



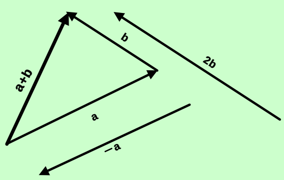
ベクトルの演算(差・スカラー倍)

ベクトル　$\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}$，　に対して，$\overrightarrow{BA}$ を $-\mathbf{a}$　と定義する．

$-\mathbf{a}$ を $\mathbf{a}$ の逆ベクトルという．

$\mathbf{b} + (-\mathbf{a})$　を　$\mathbf{b} - \mathbf{a}$　と書いて，$\mathbf{b}$ と $\mathbf{a}$　の差と定義する

$2\mathbf{b}$ は2倍のベクトルを表す．
一般にk倍の場合の実数 k
をスカラーという．



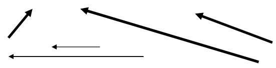
0ベクトル，単位ベクトル

長さ0のベクトルを
0ベクトル，

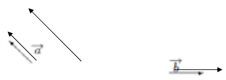
長さ1のベクトルを**単位ベクトル**といい，

eと書く．

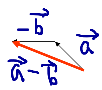
プリントkNo1-1



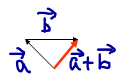
1. ベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$が次の位置，大きさで与えられているとき，以下に示すベクトルの演算結果を図示しなさい．



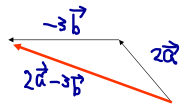
(b)　$\vec{a} - \vec{b}$



(a)　$\vec{a} + \vec{b}$



(c) $2\vec{a} - 3\vec{b}$

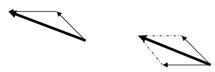


プリントkNo1-1

1. ベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$が次の位置，大きさで与えられているとき，以下に示すベクトルの演算結果を図示しなさい．

(b)　$\vec{a} - \vec{b}$

(マイナスは逆向きにし)
同様にして

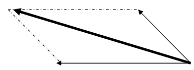


(a)　$\vec{a} + \vec{b}$

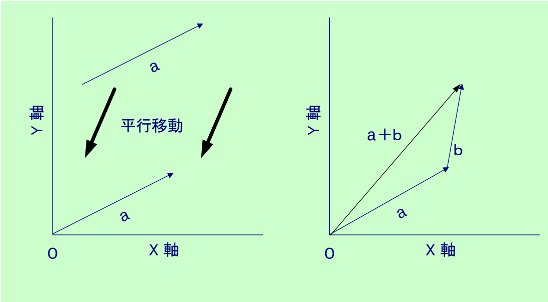
(c) $2\vec{a} - 3\vec{b}$

または

平行四辺形にして



平面ベクトル



位置ベクトル

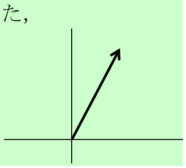
座標平面上にベクトル **a** があり，**a** の始点を原点Oになるように平行移動する．このとき，

$\mathbf{a}=\overrightarrow{OA}$ と書いて，位置ベクトルと定義する．

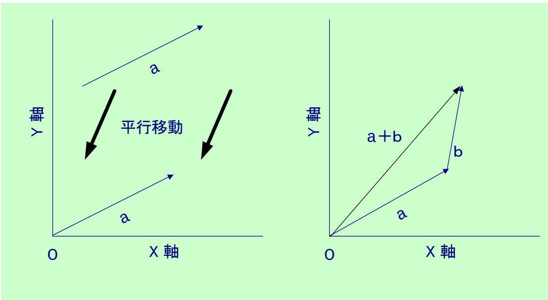
また，点Aの座標が (a_1,a_2) のとき $\mathbf{a}=(a_1,a_2)$ を
ベクトル **a** の成分表示という．また，

$|\mathbf{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$

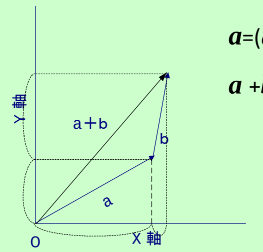
を **a** の大きさ（長さ）という．



平面ベクトルの和



平面ベクトルの和の成分表示-1



$\boldsymbol{a}=(a_1, a_2)$, $\boldsymbol{b}=(b_1, b_2)$

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(a_1+b_1, a_2+b_2)$

平面ベクトルの和の成分表示-2

したがって，

$\mathrm{a}=(a_1,a_2)$， $\mathbf{b}=(b_1,b_2)$ のとき，

$\mathrm{a}\pm\mathbf{b}=(a_1\pm b_1, a_2\pm b_2)$

となる．また，

$\mathrm{ka}=(\mathrm{k}a_1,\mathrm{k}a_2)$，kはスカラー（実数）である．

一方，点 $A(a_1,a_2)$，点 $B(b_1,b_2)$ のときは，

$\overrightarrow{AB}=(b_1-a_1,b_2-a_2)$

となる．

平面ベクトルの和の成分表示-3

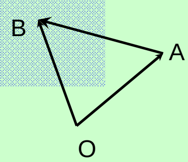
一方，点 $A(a_1,a_2)$，点 $B(b_1,b_2)$ のときは，

$\overrightarrow{AB}=(b_1-a_1,b_2-a_2)$

となる．

$\because$ 原点をOとすると，$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}$，変形して

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{AB}&=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}\\
&=(b_1,b_2)-(a_1,a_2)\\
&=(b_1-a_1,\ b_2-a_2)
\end{aligned}
$$



ベクトル＝＞代数＋幾何

- ベクトルは，大きさと方向のある図形的と考えると，幾何学に分類される。
- ベクトルの成分表示をすると，加法・減法など演算が可能になる。代数学の理論が適用可能となる。

すなわち，ベクトルという概念によって，
代数と幾何を融合した理論に拡大された

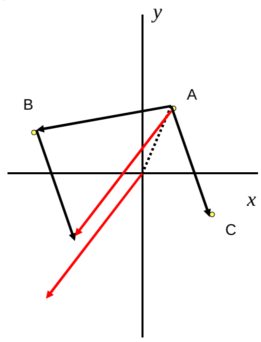
プリントkNo1-2（作図で求めると）

2. 平面座標上の点 $A(2,3)$, $B(-5,2)$, $C(4,-2)$ について

(a) $\overrightarrow{AB}$ を成分表示しなさい。

(b) $|\overrightarrow{AB}|$ を求めなさい。

(c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ を成分表示しなさい。



プリントkNo1-2

2. 平面座標上の点 $A(2,3)$, $B(-5,2)$, $C(4,-2)$ について

(a) $\overrightarrow{AB}$ を成分表示しなさい。

=(—5—2，2—3) =(—7, —1)

(b) $|\overrightarrow{AB}|$ を求めなさい。

$=\sqrt{(-7)^2+(-1)^2}=\sqrt{50}$

≒ 7.07

(c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ を成分表示しなさい。

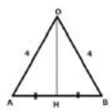
= (—7, —1) + (4—2, —2—3)

=(—7+2, —1—5)

=(—5, —6)

プリントkNo1-3

3. 1 辺の長さが 4 の正三角形において H は辺 AB の中点である。このとき，次の内積を求めなさい。



(a) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ $\quad \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|\cos 60^\circ=4\times4\times\frac{1}{2}=8$

(b) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AB}$ $\quad \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{AB}|\cos 120^\circ=4\times4\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-8$

(c) $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OB}$ $\quad \overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OB}=4\times4\times\cos 0^\circ=16$

(d) $\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{AB}$ $\quad \overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{AB}=\sqrt{4^2-2^2}\times4\times\cos 90^\circ=0$

（なす角が 90° だから，ただちに $\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ としてもよい．）

プリントkNo1-2（作図で求めると）

2. 平面座標上の点 $A(2,3)$, $B(-5,2)$, $C(4,-2)$ について

(a) $\overrightarrow{AB}$ を成分表示しなさい。

(b) $|\overrightarrow{AB}|$ を求めなさい。

(c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ を成分表示しなさい。